

УДК 621.313.33.001.1

DOI: 10.24160/1993-6982-2022-1-94-97

Математическая модель электромагнитного вибратора с источником питания на основе инвертора

А.К. Нуралиев, А.Ж. Есенбеков, М.И. Ибадуллаев

Среди вибрационных машин, применяемых в различных отраслях промышленности, важное место занимают приводы с электромагнитными вибровозбудителями (ЭМВВ), отличающиеся простотой конструкции и обеспечивающие высокую интенсивность вибрирования. Рациональное проектирование подобного рода устройств нуждается в теоретическом обосновании.

При теоретическом исследовании электромагнитного вибратора установлены закономерности, связывающие электрическую, магнитную и механическую подсистемы, а также определена зависимость изменения индуктивности катушки от зазора x с учетом коэффициента модуляции индуктивности. Выведены соотношения, описывающие периодические решения в виде рядов по степеням малого параметра μ . Получены уравнения, позволяющие определить устойчивость периодических решений в первом приближении. С помощью метода малого параметра построены соотношения для тока в катушке и определены мощности, потребляемой электромагнитом.

Ключевые слова: вибратор, просеивание, подмагничивание, резонанс, диссипативные силы, модуляция, коэффициент вариации, малый параметр, периодические и порождающие решения.

Для цитирования: Нуралиев А.К., Есенбеков А.Ж., Ибадуллаев М.И. Математическая модель электромагнитного вибратора с источником питания на основе инвертора // Вестник МЭИ. 2022. № 1. С. 94—97. DOI: 10.24160/1993-6982-2022-1-94-97.

The Mathematical Model of an Electromagnetic Vibrator with an Inverter-based Power Supply

A.K. Nuraliev, A.Zh. Esenbekov, M.I. Ibadullaev

Drives with electromagnetic vibration exciters (EMVE) occupy an important place among the vibration machines used in various industries owing to their having a simple design and ensuring high vibration intensity. Rational designing of such devices needs a theoretical justification. An electromagnetic vibrator was theoretically studied, as a result of which regularities interrelating its electrical, magnetic and mechanical subsystems have been established, and the dependence of coil inductance on the gap x that takes into account the inductance modulation coefficient has been determined. Correlations describing periodic solutions in the form of series in powers of a small parameter μ have been derived. Equations using which the stability of periodic solutions can be determined in a first approximation have been obtained.

By using the small parameter method, relations for the current in the coil have been derived, and the power consumed by the electromagnet has been determined.

Key words: vibrator, screening, magnetic biasing, resonance, dissipative forces, modulation, coefficient of variation, small parameter, periodic solutions, generating solutions.

For citation: Nuraliev A.K., Esenbekov A.Zh., Ibadullaev M.I. The Mathematical Model of an Electromagnetic Vibrator with an Inverter-based Power Supply. Bulletin of MPEI. 2022;1:94—97. (in Russian). DOI: 10.24160/1993-6982-2022-1-94-97.

Введение

Среди вибрационных машин, применяемых в различных отраслях производства, важное место занимают электромагнитные вибраторы, отличающиеся простотой конструкции [1 — 11]. В ряде случаев их использование вполне оправдано во многих отраслях промышленности [3, 10, 11].

Экспериментальная проверка работы вибратора подтверждает возможность его эксплуатации в ряде современных технологических процессов (при формировании изделий из порошков, просеивании, сортировке, перемешивании, транспортировке по наклонной плоскости и т. п.) для их интенсификации за счет вибродействий в диапазоне низких частот [6 — 11]. Однако, колебательные процессы в цепях с электромаг-

нитными вибровозбудителями (ЭМВВ), относящиеся к вибрационной технике, недостаточно исследованы. Это объясняется сложностью воздействия нелинейных ЭМВВ и источника питания (инвертора, усилителя) на вибрационные процессы, нелинейными зависимостями амплитуды и фазы вибрации от параметров системы (массы, коэффициента трения, жесткости пружин, напряжения, сопротивления и т. д.), неустойчивых режимов, возникающих при переходе через резонанс. Нелинейный характер изменения индуктивности от зазора сильно влияет на колебательные процессы в ЭМВВ, проявляющиеся в изменении амплитуды и частоты при резонансных явлениях. Поэтому для надежной и производительной работы вибратора в этих условиях необходимо знать действующую величину тока и мощности, потребляемой вибратором, и амплитуду его колебаний.

Упругая система состоит из массы M , связанной с пружиной жесткостью C . Диссипативные силы, действующие на массу, пропорциональны первой степени скорости перемещения массы.

Электромагнит представляет собой сердечник прямоугольной конструкции с обмоткой возбуждения, питающейся от тиристорного блока, вырабатывающего периодические импульсы выпрямленного напряжения регулируемой частоты [5 — 7].

Представленную на рисунке вибрационную систему опишем следующими дифференциальными уравнениями:

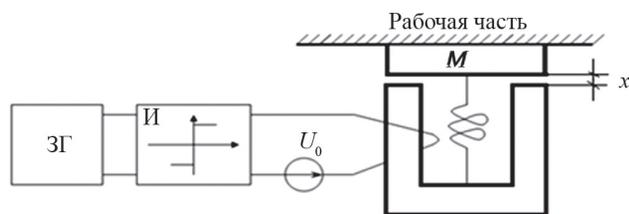
$$\frac{d(Li)}{dt} + Ri = u(t); \quad (1)$$

$$M \frac{d^2x}{dt^2} + K \frac{dx}{dt} + Cx = \frac{i^2}{2} \frac{dL}{dx}, \quad (2)$$

где $u(t)$ — напряжение питающей сети, В; i — ток в цепи, А; L — индуктивность электромагнитной системы, Гн; R — активное сопротивление катушки электромагнита, Ом; x — перемещение якоря, м; K — коэффициент внешнего трения; C — жесткость пружин, н/м; M — масса якоря и исполнительного механизма, кг.

Индуктивность L зависит от перемещения x и приближенно описывается следующей аппроксимирующей функцией:

$$L = \frac{L_0}{1 - \beta x / x_0},$$



Функциональная схема однофазного неавтономного электромагнитного вибратора

где L_0 — индуктивность в среднем положении якоря; x_0 — средний зазор; β — коэффициент модуляции.

Заменив в (1) $\psi = Li$, получим:

$$\frac{d\psi}{dt} + \frac{R}{L}\psi = u(t).$$

Приложенное напряжение, формируемое тиристором, — скачкообразная (прямоугольная) функция времени, выглядящая как [3, 4]:

$$u(t) = U_0(1 + m_0 \text{signsino}t), \quad (3)$$

где U_0 — постоянная составляющая напряжения; ω — угловая частота изменения напряжения; m_0 — коэффициент вариации напряжения.

Разложив (3) в ряд Фурье и введя в (1), (2) безразмерные величины, получим

$$y = \frac{x}{x_0}; \quad \Phi = \frac{\pi\psi\omega}{4m_0U_0}; \quad \tau = \omega t; \quad F^* = \frac{F}{F_0}.$$

Затем

$$\frac{d\Phi}{d\tau} + \mu(1 + \beta y)\Phi = \alpha + \mu \left(U_0 + \sum_n \frac{1}{n\mu} \text{sinn}\tau \right); \quad (4)$$

$$\frac{d^2y}{d\tau^2} + \delta \frac{dy}{d\tau} + \omega_0^2 y = F^* \Phi^2, \quad (5)$$

где

$$\delta = \frac{K}{\mu\omega}; \quad \omega_0^2 = \frac{C}{\mu\omega^2}; \quad \mu = \frac{R}{L_0\omega};$$

$$F = \frac{16U_0^2 m_0^2 \beta}{2L_0 \pi^2 X_0 \mu \omega^2}; \quad \alpha = \frac{\pi}{4m_0}; \quad n = 1, 3, 5, \dots$$

Для качественного анализа системы при решении уравнений достаточно учесть только постоянные составляющие и первые гармоники приложенных напряжений, что позволит получить простые соотношения.

При интегрировании (4), (5) ограничимся поиском периодических (периодов 2π по τ) решений, поскольку подобные решения представляют наибольший интерес.

Предположим, что величина μ , входящая в (4), достаточно мала и может быть принята за малый параметр, а величина α намного отличается от μ , варьирующегося в пределах $\mu = 0,01 \dots 0,2$. При соблюдении указанных условий периодические решения уравнений (4), (5) сформируем в виде рядов по степеням малого параметра [1, 4, 8]:

$$\Phi = \Phi_0 + \mu\Phi_1 + \mu^2\Phi_2 + \dots;$$

$$y = y_0 + \mu y_1 + \mu^2 y_2 + \dots \quad (6)$$

Отбросив члены с μ и α в (4), получим порождающие решения (4), (5) в следующем виде:

$$\begin{cases} \Phi_0 = \lambda - \cos \tau; \\ y_0 = F^* \left[K_0 (\lambda^2 + 0,5) - 2\lambda K_1 \cos(\tau - \varphi_1) + \right. \\ \left. + 0,5K_2 \cos(2\tau + \varphi_2) \right], \end{cases} \quad (7)$$

где

$$K_0 = \frac{1}{\omega_0^2}; \quad K_1 = \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - 1)^2 + \delta^2}}; \quad K_2 = \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - 4) + 4\delta^2}};$$

$$\operatorname{tg}\varphi_1 = \frac{\delta}{1 - \omega_0^2}; \quad \operatorname{tg}\varphi_2 = \frac{2\delta}{4 - \omega_0^2}.$$

Здесь λ характеризует величину постоянного подмагничивания в обмотках электромагнитов и условие для их определения, также представляющее собой условие периодичности первого приближения, заключающееся в требовании, чтобы функция

$$\frac{\alpha}{\mu} - (1 - \beta y_0) \Phi_0 = P(\lambda) \quad (8)$$

не содержала постоянной составляющей. Следовательно, подставив Φ_0 и y_0 в (8) и приравняв к нулю постоянные члены, найдем уравнения третьей степени относительно искомой постоянной:

$$P(\lambda) = \lambda \left[1 - F_0 \beta K_0 (\lambda^2 + 0,5) - F_0 \beta K_1 \cos \varphi_1 \right] - \frac{\lambda}{\mu} = 0. \quad (9)$$

Полученное уравнение позволяет исследовать устойчивость периодических решений в первом приближении. Известно, что решения, для которых

$$\left. \frac{dP(\lambda)}{d\lambda} \right|_{\lambda=\lambda_m} > 0, \quad (10)$$

— устойчивы, а решения, для которых выполняется обратное неравенство — неустойчивы [1 — 4]. Неравенство (10) возможно, если все корни λ_m — вещественны, при этом устойчивый режим соответствует наименьшему по абсолютной величине корню λ . Корни кубического уравнения (9) также вещественны и различны, если выполняется неравенство:

$$2 \left[\left(3\sqrt{3F_0\beta K_0} \right) \right]^{-1} (1 - 0,5F_0\beta K_0 - F_0\beta K_1 \cos \varphi_1)^{3/2} > \frac{\lambda}{\mu}. \quad (11)$$

При этом необходимо, чтобы

$$1 - 0,5F_0\beta K_0 - F_0\beta K_1 \cos \varphi_1 > 0. \quad (12)$$

Таким образом, если корни полинома λ вещественные, то у анализируемой системы при малых μ есть одно устойчивое периодическое решение, для которого необходимые и достаточные условия существования задаются (11), (12). При этом выполнение (11) гарантируется только соответствующим выбором электрических и механических параметров системы при известной величине постоянной составляющей питающего напряжения.

Найденные порождающие решения (6), (7) позволяют вычислить устойчивые периодические решения систем (4), (5) с точностью до членов порядка μ . Однако в случае основного резонанса можно ограничиться полученными соотношениями ввиду малости амплитуд остальных гармоник, получающихся при вычислении следующих приближений.

Воспользовавшись соотношениями (6), (7), найдем приближенные выражения для тока и мощности, потребляемых вибратором. Учитывая, что $\psi = Li$, найдем ток:

$$i = \frac{4U_0 m_0}{\pi \omega L_0} (\lambda - \cos \tau) \left[1 - F_0 \beta K_0 (\lambda^2 + 0,5) - 2\lambda F_0 \beta K_1 \cos(\tau + \varphi_1) - 0,5 F_0 \beta K_2 \cos(2\tau + \varphi_2) \right],$$

тогда мощность, потребляемая вибратором (средняя за период), равна

$$P = \frac{16U_0^2 m_0^2}{\pi^2 \omega L_0} \lambda \left(F_0 \beta K_1 \sin \varphi_1 - \frac{1}{8} F_0 \beta K_2 \sin \varphi_2 \right). \quad (13)$$

При настройке на основной резонанс $\omega_0 = 1$ второе слагаемое в (13) и третье слагаемое в (7) малы, а мощность приближенно составляет

$$P = \frac{16U_0^2 m_0^2 \lambda F_0 \beta K_1}{\pi^2 \omega L_0}.$$

Анализ работы ЭМВВ при питании его от источника прямоугольных периодических импульсов показал, что процессы, имеющие место в этом случае, качественно совпадают с процессами, получающимися при работе вибратора с однополупериодным выпрямителем или постоянным подмагничиванием и питанием от синусоидального источника напряжения. Во всех приведенных случаях существуют периодические (с периодом 2π по τ) механические колебания в электромагнитном вибраторе при настройке системы на резонанс по основной частоте питания. В нерезонансном случае форма колебаний в системе обладает несинусоидальным характером, и при расчете необходимо учитывать решения с точностью до членов порядка μ . Неучёт указанных членов ведет к неправильному определению тока, мощности и амплитуды колебаний при расчете конкретной системы. Полученные соотношения в первом приближении отражают действительный закон колебаний отбойной гребенки валичного джина, соединенной с якорем электромагнитного вибратора, и могут быть использованы при анализе ее работы.

Заключение

Решение электромеханических уравнений для электромагнитного вибратора при питании от инвертора совпадают с решениями для систем, питающихся от сети синусоидального тока с подмагничиванием постоянным током.

В неавтономных одноконтурных ЭМВВ при одних и тех же значениях параметров существуют несколько периодических режимов (порождения режимов взаимодействия) движения без взаимодействия, которое всегда устойчиво и единственно.

Полученные соотношения в первом приближении отражают действительный закон колебаний ЭМВВ и могут быть задействованы при анализе его работы.

Литература

References

1. Антипов В.И., Ефременков Е.Е. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Наука, 2008.
2. Щёголев С.А. Метод малого параметра А. Пуанкаре в теории нелинейных колебаний. Одесса: Изд-во ОНУ, 2015.
3. Ильин М.М. Теория колебаний. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003.
4. Бессонов Л.А. Нелинейные электрические цепи. М.: Высшая школа, 2015.
5. Chowdhury S.H., Tilliakhoev M., Ullah Md.S. An Analysis on Electro-magnetic Vibro-exciter Fed by Non-linear Power, Controlled by Velocity Transducer // J. Electrical Eng. 1996. V. EE24. No. 1. Pp. 84—88.
6. Ибадуллаев М.И., Нуралиев А.К., Есенбеков А.Ж., Назаров А.И. Резонансный электромагнитный вибровозбудитель колебаний с обратной связью // Вестник МЭИ. 2020. № 1. С. 62—66.
7. Назаров А.И., Ибадуллаев М.И., Тилляходжаев М.М. Структурная схема электромагнитного вибровозбудителя с амплитудно-частотным управлением // Проблемы энерго- и ресурсосбережения. 2016. № 3—4. С. 55—59.
8. Кораблев С.С. Об автоколебаниях электромеханического вибратора // Известия ВУЗов. Серия «Электромеханика». 1963. № 6. С. 723—728.
9. Чесноков А.А. К теории и расчету электромагнитных колебаний // Электричество. 1961. № 12. С. 37—40.
10. Антипов В.И., Ефременков Е.Е., Руин А.А., Субботин Ю.О. Повышение энергоэффективности работы вибрационных механизмов за счет возбуждения низкочастотного резонансного режима колебаний // Стекло и керамика. 2007. № 5. С. 13—16.
11. Афанасьев А.И., Закаменных Ю.Г. Анализ резонансных вибротранспортных машин // Известия ВУЗов. Горный журнал. 2008. № 8. С. 107—109.

1. Antipov V.I., Efremenkov E.E. Asimptoticheskie Metody v Teorii Nelineynykh Kolebaniy. M.: Nauka, 2008. (in Russian).
2. Shchegolev S.A. Metod Malogo Parametra A. Puankare v Teorii Nelineynykh Kolebaniy. Odessa: Izd-vo ONU, 2015. (in Russian).
3. Il'in M.M. Teoriya Kolebaniy. M.: Izd-vo MG TU im. N.E. Baumana, 2003. (in Russian).
4. Bessonov L.A. Nelineynye Elektricheskie Tsepi. M.: Vysshaya Shkola, 2015. (in Russian).
5. Chowdhury S.H., Tilliakhoev M., Ullah Md.S. An Analysis on Electro-magnetic Vibro-exciter Fed by Non-linear Power, Controlled by Velocity Transducer. J. Electrical Eng. 1996;EE24;1:84—88.
6. Ibadullaev M.I., Nuraliev A.K., Esenbekov A.Zh., Nazarov A.I. Rezonansnyy Elektromagnitnyy Vibrovobuditel' Kolebaniy s Obratnoy Svyaz'yu, Vestnik MEI. 2020;1:62—66. (in Russian).
7. Nazarov A.I., Ibadullaev M.I., Tillyakhodzhaev M.M. Strukturnaya Skhema Elektromagnitnogo Vibrovobuditelya s Amplitudno-chastotnym Upravleniem. Problemy Energo- i Resursosberezheniya. 2016;3—4: 55—59. (in Russian).
8. Korablev S.S. Ob Avtokolebaniyakh Elektromekhanicheskogo Vibratora. Izvestiya VUZov. Seriya «Elektromekhanika». 1963;6:723—728. (in Russian).
9. Chesnokov A.A. K Teorii i Raschetu Elektromagnitnykh Kolebaniy. Elektrichestvo. 1961;12:37—40. (in Russian).
10. Antipov V.I., Efremenkov E.E., Ruin A.A., Subbotin Yu.O. Povyshenie Energoeffektivnosti Raboty Vibratsionnykh Mekhanizmov za Schet Vozbuzhdeniya Nizkochastotnogo Rezonansnogo Rezhima Kolebaniy. Steklo i Keramika. 2007;5:13—16. (in Russian).
11. Afanas'ev A.I., Zakamennykh Yu.G. Analiz Rezonansnykh Vibrotransportnykh Mashin. Izvestiya VUZov. Gornyy Zhurnal. 2008;8:107—109. (in Russian).

Сведения об авторах:

Нуралиев Алмихан Калпакбаевич — кандидат технических наук, доцент кафедры электротехники Ташкентского государственного технического университета, Узбекистан
Есенбеков Азамат Жолдасбаевич — старший преподаватель кафедры электроэнергетики Каракалпакского государственного университета, Узбекистан
Ибадуллаев Мухтор Ибадуллаевич — доктор технических наук, профессор кафедры электротехники Ташкентского государственного технического университета имени Ислама Каримова, Узбекистан, e-mail: ilider1987@yandex.com

Information about authors:

Nuraliev Almikhan K. — Ph.D. (Techn.), Assistant Professor of Electrical Engineering Dept., Tashkent State Technical University Named After Islam Karimov, Uzbekistan
Esenbekov Azamat Zh. — Senior Lecturer of Electric Power Engineering Dept., Karakalpak State University, Uzbekistan
Ibadullaev Mukhtor I. — Dr.Sci. (Techn.), Professor of Electrical Engineering Dept., Tashkent State Technical University Named After Islam Karimov, Uzbekistan, e-mail: ilider1987@yandex.com

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов

Conflict of interests: the authors declare no conflict of interest

Статья поступила в редакцию: 10.06.2021

The article received to the editor: 10.06.2021