

УДК 621.313.333.2

DOI: 10.24160/1993-6982-2021-3-41-50

Подход к исследованию неоднородных состояний асинхронных электродвигателей

С.П. Курилин, В.Н. Денисов

Представленное исследование в прикладном отношении направлено на выполнение научно обоснованных оценок текущего технического состояния асинхронных электродвигателей (АЭД). Существующая в настоящее время классическая теория АЭД обладает недостаточной общностью для решения данной задачи. Она не охватывает состояния АЭД с производственно-технологическими отклонениями, а также состояний с эксплуатационными повреждениями или старением. Разнообразие эксплуатационных состояний и конструктивных исполнений АЭД требуют расширения классических рамок анализа до уровня многомерных представлений.

Подобная работа была выполнена в рамках топологического подхода, формирующего представление об АЭД как о многомерной неоднородной электромеханической системе, которая может находиться в однородных или неоднородных состояниях. Методологическая основа топологического подхода — наблюдение и анализ формальных свойств математической модели с перенесением их результатов на объект. Существенную роль играют правила и систематизированный понятийно-терминологический аппарат, представленные в работе. Кроме того, приведены метод, способ и примеры топологического исследования. Тем самым, охвачены все компоненты научного подхода, ориентированного на многомерное представление эксплуатационных состояний АЭД.

Топологический подход формирует научно-методическую платформу для организации системы мониторинга текущего технического состояния АЭД в процессе их эксплуатации. Отмечается, что существующие методы диагностики сосредоточены на фиксации внешних проявлений параметрической неоднородности, в связи с чем они не являются надежной основой для заключения о текущем техническом состоянии АЭД. Топологический метод эксплуатационной диагностики сосредоточен на фиксации и анализе изменений внутренних свойств объекта и практически независим от влияния внешних факторов. Это обстоятельство гарантирует высокую достоверность результатов применения метода топологической диагностики для оценок текущего технического состояния АЭД.

Ключевые слова: асинхронный электродвигатель, эксплуатационное состояние, векторное пространство, эксплуатационная диагностика, топологический подход.

Для цитирования: Курилин С.П., Денисов В.Н. Подход к исследованию неоднородных состояний асинхронных электродвигателей // Вестник МЭИ. 2021. № 3. С. 41—50. DOI: 10.24160/1993-6982-2021-3-41-50.

Approach to Studying Inhomogeneous States of Induction Motors

S.P. Kurilin, V.N. Denisov

The presented study is aimed at carrying out scientifically grounded assessments of the current technical state of induction motors (IMs). The existing classical theory of IMs has insufficient generality for solving this problem. It does not cover the state of IMs that feature manufacturing and technological deviations, as well as states with operational damages or ageing. The variety of IM operational states and design versions generates the need to widen the classical framework of analysis to the level of multidimensional representations.

Such study was carried out within the framework of a topological approach. According to this approach, an IM is considered as a multidimensional inhomogeneous electromechanical system that can be in homogeneous or inhomogeneous states. From the methodological point of view, the topological approach is based on observing and analyzing the formal properties of a mathematical model with transferring their results to the real object. The rules and a systematized conceptual and terminological framework presented in the article play an essential role. In addition, the method of a topological study and its examples are given. Thus, the study covers all components of the scientific approach focused on a multidimensional representation of the IM operational states.

The topological approach forms a scientific and methodological platform for setting up a system for monitoring the current technical state of IMs during their operation. It is pointed out that the existing diagnostic methods are focused on recording external manifestations of parametric heterogeneity. In view of this circumstance, they cannot serve as a reliable basis for drawing up conclusions on the current technical state of IMs. The topological method of operational diagnostics is focused on recording and analyzing changes in the internal properties of an object and is practically independent of the influence of external factors. This feature guarantees high reliability of the results obtained from applying the topological diagnostics method for estimating the current technical state of IMs.

Key words: induction motor, operational state, vector space, operational diagnostics, topological approach.

For citation: Kurilin S.P., Denisov V.N. Approach to Studying Inhomogeneous States of Induction Motors. Bulletin of MPEI. 2021;3: 41—50. (in Russian). DOI: 10.24160/1993-6982-2021-3-41-50.

Введение

Современный парк асинхронных электродвигателей РФ обладает мощностью порядка 70 млн кВт и оценивается в 140 млрд рублей, поэтому постановка и решение задач в направлении повышения эффективности эксплуатации парка вполне целесообразны и своевременны. В рамках настоящей статьи нет необходимости детализировать эти задачи. Отметим только, что они ориентированы по двум научным направлениям: структурно-аналитическому и прогнозному. Связующим звеном является задача выполнения научно обоснованных оценок текущего технического состояния электродвигателей парка. На ее решение и нацелен материал данной статьи.

В настоящее время исследования, разработка и эксплуатация асинхронных электродвигателей (АЭД) опираются на классическую теорию электромеханических систем в её физико-техническом и математическом подходах. Первый из них характеризуется работами Р. Рихтера, Г.Н. Петрова, М.П. Костенко, А.И. Вольдека, П.С. Сергеева, И.П. Копылова, А.В. Иванова-Смоленского и сосредоточен на трактовке физических процессов в объекте. Второй — характеризуется работами А.А. Горева, Л.Н. Грузова, К.П. Ковача, И. Раца, Т.Г. Сорокера, Е.Я. Казовского, И.П. Копылова, И.М. Постникова и сосредоточен на математическом описании и анализе объекта. Наиболее известным современным изданием, представляющим оба классических подхода, является учебник А.В. Иванова-Смоленского [1, 2].

Классическая теория базируется на представлении о параметрической однородности АЭД, которое, в частности, позволяет замещать многофазную машину одной электрической цепью, отображающей любую из её фаз. Вместе с тем разнообразие эксплуатационных состояний и конструктивных исполнений АЭД требуют расширения классических рамок анализа. В этой связи целесообразно формировать представление об АЭД как о параметрически неоднородной электромеханической системе, которая может находиться в однородных или неоднородных состояниях в зависимости от внутренних свойств и внешних воздействий. Имеются веские основания для утверждения подобной трактовки объекта. Достаточно упомянуть о различных характеристических сопротивлениях трёхфазного электродвигателя — параметрах прямой и нулевой последовательностей. У короткозамкнутой клетки ротора с z_2 фазами число различных характеристических сопротивлений равно $(z_2/2) + 1$ [3].

Тот факт, что в данном эксплуатационном состоянии АЭД характеризуется одним сопротивлением z и описывается одним скалярным уравнением вида

$$\underline{U} = z\underline{I}, \quad (1)$$

где \underline{U} , \underline{I} — комплексы фазного напряжения и тока, не даёт оснований классифицировать его как параметри-

чески однородный. Полная математическая модель АЭД при фиксированной частоте вращения ротора имеет вид векторно-матричного уравнения:

$$U = ZI, \quad (2)$$

где U , I — векторы питающего напряжения и тока; Z — параметрическая матрица АЭД.

Выражение (2) в общем случае не приводимо к виду (1) [4]. Векторное пространство АЭД, в котором заданы векторы (2), — многомерно и неоднородно. В нём могут присутствовать или отсутствовать параметрически однородные подпространства, при этом только частная ситуация, когда:

- такое подпространство имеется;
- векторы U , I в (2) полностью ему принадлежат, создаёт необходимые условия приводимости (2) к (1). Эта частная ситуация соответствует области адекватности уравнения (1) и всей классической теории АЭД.

Выделенный эпизод приводимости обладает недостаточной общностью для выполнения оценок текущего технического состояния АЭД. Он не охватывает состояния АЭД с производственно-технологическими отклонениями, а также состояний с эксплуатационными повреждениями или старением. Кроме того, не затрагивает различные конструктивные исполнения АЭД: линейное, явнополюсное, с чередующимися стержнями или с неоднородными кольцами клетки короткозамкнутого ротора. Что касается эксплуатационных повреждений и процессов эксплуатационного старения, то они вносят неоднородности в физические свойства сердечников, воздушного зазора, обмоток статора и ротора. Они неизбежно проявляются на параметрическом уровне, делая любое эксплуатационное состояние электродвигателя неоднородным. Известный пример этого — появление в обмотке статора токов неосновных частот и деформация механической характеристики АЭД при обрыве одного из токов фазного ротора [5]. Другой случай касается повреждений короткозамкнутого ротора. В [6] дан вариант расчёта токов в клетке ротора электродвигателя 4А355М2У3, имеющей 38 фаз, при обрыве шести из них. Он демонстрирует сложное и неоднородное изменение параметров фаз клетки при её повреждении.

Приведенные аргументы позволяют классифицировать АЭД как неоднородную электромеханическую систему (НЭМС), характеризуемую многомерным и неоднородным векторным пространством, в котором реализуются её электромагнитные состояния. Данная констатация влечёт за собой определенные научно-теоретические и прикладные задачи.

Прежде всего необходима выработка подхода к исследованию НЭМС. Он представляется в виде совокупности понятийно-терминологического аппарата, правил, методов, способов решения задач, нацеленных на получение новых знаний, а также обобщение и углубление понимания совокупности известных подходов и фактов.

В прикладном аспекте в научной проработке нуждается круг вопросов, связанных с эксплуатацией АЭД в неоднородных состояниях. Одним из наиболее актуальных считается вопрос о методах, способах и критериях оценки текущего эксплуатационного состояния АЭД.

Решение указанных задач осуществляется в рамках так называемого топологического подхода, обоснованного и развитого в [4, 7 — 9]. Наиболее систематизированное изложение исследований в данном направлении применительно к АЭД приведено в монографии [3].

Готовя к печати настоящую статью, авторы ставили перед собой следующие задачи:

- познакомить читателя с основами и понятийно-терминологическим аппаратом топологического подхода, а также основными методами и способами решения задач в его рамках.
- обосновать приложение топологического подхода к задаче оценки текущего эксплуатационного состояния АЭД.

Основы топологического подхода

Вопросы топологии электрических машин, трансформаторов и их групп затрагиваются в научной и учебной литературе [1 — 16]. В качестве примера можно привести такие известные топологические эффекты, как составляющие нулевой последовательности в токах или потоках трёхфазных трансформаторов, электрические потенциалы нейтральных точек обмоток, уравнительные токи в группах трансформаторов, генераторов постоянного тока или параллельных ветвях обмоток. При этом все названные эффекты трактуются как физико-технические феномены, присущие конкретному виду технических устройств. Топологический подход трактует их с единых позиций: как системные реакции параметрически неоднородных объектов на внешние воздействия. При этом форма проявления реакции определяется не внешним воздействием, а собственными свойствами объекта, в частности, — свойствами его векторного пространства.

Исследование электромеханических систем путём изучения их векторного пространства, получившее название топологического подхода, стало новым направлением электромеханики. Отправная точка исследования — аксиоматизация следующего топологического правила: *подобно тому, как в математической модели формально отображены структурные и физические свойства объекта, в объекте структурно и физически реализованы формальные свойства математической модели.*

Наблюдение и анализ формальных свойств математической модели с перенесением их результатов на объект составляет методологическую платформу.

Математической моделью АЭД с трёхфазным статором и z_2 -фазным ротором является векторно-матричное выражение (2), которое в детализированной форме записи выглядит как

$$\begin{pmatrix} u_s \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{\sigma s} + \frac{d}{dt} M_s & \frac{d}{dt} M_{rs} \\ \frac{d}{dt} M_{sr} & Z_{\sigma r} + \frac{d}{dt} M_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_s \\ i_r \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где выражения в скобках: U — объединённый вектор фазного напряжения; Z — объединённая параметрическая матрица АЭД; I — объединённый вектор фазного тока.

Термин «объединённый» указывает на то, что векторы и матрицы этих объектов, представленные в (3), принадлежат разным векторным пространствам. Так, u_s, i_s — векторы питающего напряжения и тока обмотки статора в трёхмерном базисе векторного пространства обмотки статора; $Z_{\sigma s}$ — диагональная матрица параметров рассеяния статора в том же базисе; M_s — квадратная симметрическая матрица главных индуктивностей обмотки статора в том же базисе. Объекты $i_r, Z_{\sigma r}, M_r$ в (3) имеют аналогичный смысл и классификацию, но относятся к ротору и заданы в z_2 -мерном базисе векторного пространства обмотки ротора. Элементы M_{rs}, M_{sr} представляют собой матрицы взаимных индуктивностей обмоток статора и ротора. Это функциональные матрицы размером $3 \times z_2$ и $z_2 \times 3$, осуществляющие операции преобразования базисов векторов тока «ротор – статор» и «статор – ротор» в области пересечения векторных пространств обмоток статора и ротора и классифицируемые как матрицы поворота.

Термины и определения

Введём некоторые термины и определения, характеризующие векторное пространство АЭД и его свойства.

Векторное пространство обмотки статора представляет собой мыслимое множество векторов u_s, i_s , а также векторов $Z_{\sigma s} i_s$ и $(d/dt)M_s i_s$, заданных в трёхмерном базисе. Параметрические свойства пространства характеризуют матрицы $Z_{\sigma s}$ и M_s .

Векторное пространство обмотки ротора — мыслимое множество векторов i_r , а также векторов $Z_{\sigma r} i_r$ и $(d/dt)M_r i_r$, заданных в z_2 -мерном базисе. Параметрические свойства пространства устанавливают матрицы $Z_{\sigma r}$ и M_r .

Векторное пространство АЭД получается путём объединения векторных пространств обмоток статора и ротора.

Рабочая область векторного пространства. Это подпространство векторного пространства АЭД, найденное путём пересечения векторных пространств обмоток статора и ротора. Оно обеспечивает каналы электромагнитной и энергетической связей обмоток статора и ротора. Параметрические свойства рабочей области задают матрицы M_{rs} и M_{sr} .

Состояние АЭД — это совокупность фиксированных значений векторов u_s, i_s, i_r , связанных моделью (3).

Неоднородное состояние АЭД. Состояние АЭД, в котором хотя бы один вектор модели (3) принадлежит

двум или более разнородным векторным подпространствам.

Из определения и выражения (3) следует, что векторное пространство АЭД имеет объединённый характер. Оно многомерно и неоднородно.

На рисунке 1 изображено векторное пространство обмотки статора, представленное двумя ортонормированными базисами:

базисом фазных осей обмотки:

$$n_C = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad n_A = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad n_B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

и базисом собственных осей матрицы M_S :

$$n_0 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad n_\alpha = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1 \\ -1/2 \end{pmatrix}; \quad n_\beta = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} -\sqrt{3}/2 \\ 0 \\ \sqrt{3}/2 \end{pmatrix}.$$

Собственные оси являются осями параметрической симметрии векторного пространства и обладают рядом других топологических качеств [8]. В частности, можно утверждать, что три фазы эквивалентной обмотки статора, размещенные по главным осям, взаимно независимы и описываются набором из трёх независимых скалярных уравнений [4].

Замкнутой кривой линией на рис. 1 показана двумерная рабочая область векторного пространства — плоскость $\alpha\beta$, которой принадлежат векторы n_α, n_β . Одномерное подпространство по оси вектора n_0 ортогонально рабочей области. Оси фазного базиса n_C, n_A, n_B равно наклонены к плоскости $\alpha\beta$ и пересекаются с ней в точке $(0, 0, 0)$. Достаточным условием принадлежности вектора рабочей области считается равенство нулю суммы его координат. Например, вектор $v_2 = (-1 \ 0 \ 1)^T$, где « tr » — символ операции транспонирования, принадлежит ей. Рабочая область параметрически однородна. При наличии эксплуатационного старения и повреждений АЭД она теряет это качество.

Клетка короткозамкнутого ротора при $z_2 = 12$ имеет 7 разнородных подпространств, из которых 5 двумерных и 2 одномерных. Одно из двумерных подпространств совпадает с плоскостью $\alpha\beta$, образуя рабочую область для обмотки ротора. На рисунке 2 в виде кон-

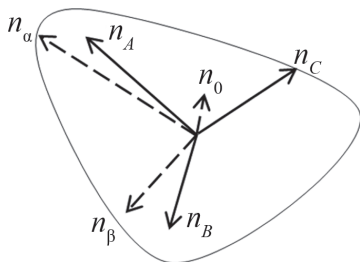


Рис. 1. Векторное пространство обмотки статора

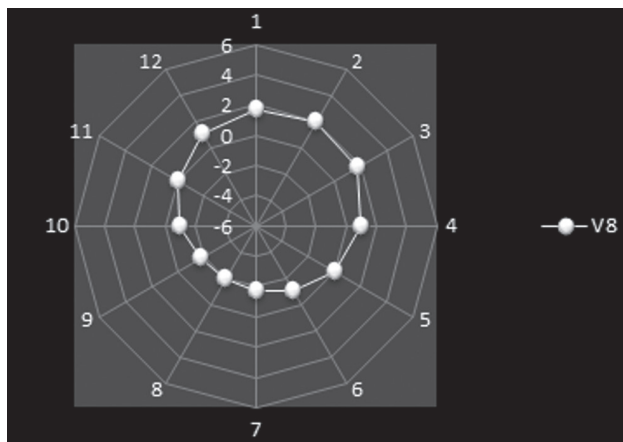


Рис. 2. Рабочая область двенадцатифазной обмотки ротора

центрических двенадцатиугольников приведено изображение рабочей области двенадцатифазной клетки короткозамкнутого ротора. Номерами 1, 2, ..., 12 обозначены оси фаз клетки ротора, точками — фазные координаты вектора

$$v_8 = (\sqrt{3} \ 2 \ \sqrt{3} \ 1 \ 0 \ -1 \ -\sqrt{3} \ -2 \ -\sqrt{3} \ -1 \ 0 \ 1)^T,$$

принадлежащего рабочей области. Векторы v_2 и v_8 приводимы к одному базису через операцию преобразования базисов. Например, вектор v_8 преобразуется в базис фазных осей обмотки статора (вектор v_{8s}) операцией

$$v_{8s} = V_{rs} v_8,$$

где V_{rs} — матрица преобразования базисов, содержащая 3 строки и 12 столбцов.

В соответствии с приведенным правилом физически данная операция с вектором i_r выполняется матрицей взаимных индуктивностей обмоток ротора и статора.

Следует подчеркнуть, что операция преобразования «из пространства в пространство» осуществима только благодаря наличию рабочей области, общей для двух векторных пространств.

Топология обмоток асинхронных электродвигателей

Обмотки статора АЭД имеют топологию «симметричная трёхлучевая звезда». При этом схемы электрического соединения фаз накладывают ограничения на возможные электромагнитные состояния обмотки. В соответствии с ними в векторном пространстве запрещены определённые компоненты векторов.

Схема соединения фаз «звезда». Для фазных токов схемы справедливо

$$i_A + i_B + i_C \equiv 0.$$

В соответствии с этим в векторном пространстве запрещено появление векторов фазного тока вида $i_{s0} n_0$,

где $i_{s0} = (i_A + i_B + i_C)/3$ — ток нулевой последовательности. Все физически и технически возможные векторы фазного тока данной обмотки располагаются в плоскости $\alpha\beta$. Заметим, что в этой же плоскости находятся все векторы линейных напряжений, для которых по определению справедливо

$$u_{AB} + u_{BC} + u_{CA} \equiv 0.$$

Употребление знака « \equiv » означает, что равенство выполняется в любой ситуации, поскольку выражает второй закон Кирхгофа для замкнутого контура $A-B-C-A$ электрической цепи обмотки статора. Что касается векторов фазных напряжений, то они не ограничены

$$u_A + u_B + u_C \neq 0$$

и могут располагаться в любой области трёхмерного векторного пространства обмотки. Употребление знака « \neq » означает, что равенство может выполняться или не выполняться в зависимости от параметрических свойств АЭД.

Схема соединения фаз «треугольник». Для фазных напряжений схемы справедливо

$$u_A + u_B + u_C \equiv 0.$$

В соответствии с этим в векторном пространстве запрещено появление векторов фазного напряжения данной обмотки вида $u_{s0}n_0$, где $u_{s0} = (u_A + u_B + u_C)/3$ — напряжение нулевой последовательности. Все физически и технически возможные векторы фазного напряжения данной обмотки располагаются в плоскости $\alpha\beta$. Векторы фазных токов не ограничены

$$i_A + i_B + i_C \neq 0$$

и могут располагаться в любой области трёхмерного векторного пространства обмотки.

Клетка короткозамкнутого ротора. Структуры векторов токов, способных существовать в z_2 -фазном пространстве обмотки ротора, весьма многообразны, причём многообразие быстро растёт с ростом числа фаз. Основным интерес представляют компоненты вектора i_r , принадлежащие подпространству рабочей области и способные трансформироваться в обмотку статора. Все остальные подпространства векторного пространства обмотки ротора либо пусты, либо их токи не трансформируются в обмотку статора, образуя поля дифференциального рассеяния.

Обмотки короткозамкнутого ротора АЭД имеют топологию «белчья клетка». Её развёрнутая схема дана на рис. 3, где показаны положительные направления фазных токов клетки, в качестве которых выбраны контурные токи. Они совпадают с токами в короткозамыкающих кольцах клетки

$$i_{yi}, i = 1, 2, \dots, z_2.$$

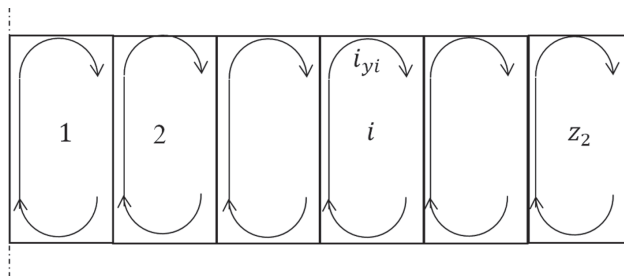


Рис. 3. Топологическая схема клетки ротора

Токи в стержнях клетки, с учётом её замкнутости $i_{yz_2+1} = i_{y1}$, вычисляются как разности соседних фазных токов:

$$i_i = i_{yi+1} - i_{yi}, \quad i = 1, 2, \dots, z_2.$$

В соответствии с определением, токи в стержнях клетки не содержат составляющих нулевой последовательности, даже в том случае, если эти составляющие имеются в фазных токах. Также не содержат составляющих нулевой последовательности напряжения на элементах короткозамыкающих колец. Для таких напряжений справедливо

$$2 \sum_{i=1}^{z_2} z_{yi} i_{yi} \equiv 0, \tag{4}$$

где z_{yi} — сопротивление i -го элемента короткозамыкающего кольца.

Фазные токи клеток с неоднородными короткозамыкающими кольцами, для которых справедливо

$$z_{yi} \neq z_{yk}, \quad i \neq k,$$

могут содержать нулевые составляющие i_{r0} . По этой причине векторы тока ротора вида $i_{r0}n_0$, где

$$i_{r0} = \frac{1}{z_2} \sum_{i=1}^{z_2} i_{yi}; \quad n_0 = \frac{1}{\sqrt{z_2}} (1 \ 1 \ \dots \ 1)^T,$$

в векторном пространстве обмотки ротора не запрещены.

Для клеток с параметрически однородными короткозамыкающими кольцами верны равенство

$$z_{yi} = z_{yk} = z_y, \quad i \neq k$$

и следующее из него и выражения (4) тождество

$$2z_y \sum_{i=1}^{z_2} i_{yi} \equiv 0.$$

В подобных клетках появление составляющих нулевой последовательности i_{r0} в фазных токах исключено, а векторы тока ротора вида $i_{r0}n_0$ в векторном пространстве обмотки ротора запрещены.

Метод и способ топологического исследования

Основной метод топологического исследования АЭД — метод определения характеристических со-

противлений λ_i и собственных векторов X_i параметрических матриц модели (3) [17].

Пусть A — любая из квадратных матриц модели (3), а X — вектор тока одной из обмоток АЭД, которому соответствует характеристическое сопротивление λ матрицы A . Сформулируем задачу исследования как поиск решения системы линейных уравнений с параметром λ :

$$(A - \lambda E)X = 0, \tag{5}$$

где E — единичная матрица.

Собственные значения λ_i матрицы A , имеющие смысл её характеристических сопротивлений по главным осям, определим решением характеристического уравнения

$$|(A - \lambda E)| = 0, \tag{6}$$

после чего, для каждого фиксированного λ_i по (5) определим собственные векторы X_i матрицы A , задающие её главные оси. Отметим, что решение задач (5), (6) реализовано в виде процедур во многих средах математического моделирования.

В качестве примера проанализируем структуру и свойства векторного пространства клетки короткозамкнутого ротора на примере шестифазной и параметрически однородной клетки.

Пусть z — сопротивление стержня клетки, а $Z = 2z + 2z_y$ — сопротивление контура клетки, в который входят два стержня и два элемента кольца.

Параметрическая матрица клетки представляет собой ленточную матрицу следующего вида:

$$Z_k := \begin{bmatrix} Z & -z & 0 & 0 & 0 & -z \\ -z & Z & -z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -z & Z & -z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -z & Z & -z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -z & Z & -z \\ -z & 0 & 0 & 0 & -z & Z \end{bmatrix}.$$

Исследование векторного пространства матрицы Z_k содержит Maple фрагмент, приведенный в таблице.

Векторное пространство шестифазной клетки короткозамкнутого ротора

```
> restart;with(LinearAlgebra):with(plots):z2:=6:#Загружаем библиотеки. Задаём число фаз клетки
> Z_k:=Matrix([[Z, -z, 0, 0, 0, -z], [Z, -z, 0, 0, 0], [Z, -z, 0, 0], [Z, -z, 0], [Z, -z], [Z]], shape=symmetric,scan=triangular[upper]);
#Формируем параметрическую матрицу клетки
```

$$Z_k := \begin{bmatrix} Z & -z & 0 & 0 & 0 & -z \\ -z & Z & -z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -z & Z & -z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -z & Z & -z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -z & Z & -z \\ -z & 0 & 0 & 0 & -z & Z \end{bmatrix}$$

```
> r := Rank(Z_k); #Определяем размерность векторного пространства клетки
r := 6
> (e, V) := Eigenvectors(Z_k); # Находим собственные числа (e) и собственные векторы (V) матрицы Z_k
```

$$e, V := \begin{bmatrix} 2z + Z \\ z + Z \\ z + Z \\ -z + Z \\ -z + Z \\ -2z + Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

```
> Z_k.V[1..-1,5] = e[5]. V[1..-1,5]; #Выполняем проверку найденных значений, например, для собственного числа и собственного вектора с номером 5. Проверка подтверждает правильность решения (e, V)
```

$$\begin{bmatrix} -z + Z \\ 0 \\ z - Z \\ z - Z \\ 0 \\ -z + Z \end{bmatrix} = (-z + Z) \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Представленное мини-исследование свидетельствует о следующем. Векторное пространство шести-фазной клетки короткозамкнутого ротора шестимерно и содержит четыре характерных и взаимно ортогональных подпространства:

- одномерное подпространство 1 с характеристическим сопротивлением $2z + Z$, в котором (при наличии) локализуются токи со структурой $V[1]$ (подпространство реализует рабочую область для шестиполусных исполнений АЭД);

- двумерное подпространство 2–3 с характеристическим сопротивлением $z + Z$ в котором (при наличии) локализуются токи со структурами $V[2]$, $V[3]$ (реализует рабочую область для четырёхполусных исполнений АЭД);

- двумерное подпространство 4–5 с характеристическим сопротивлением $-z + Z$, в котором (при наличии) локализуются токи со структурами $V[4]$, $V[5]$ (реализует рабочую область для двухполусных исполнений АЭД);

- одномерное подпространство 6 с характеристическим сопротивлением $-2z + Z$, в котором (при наличии) локализуются токи со структурой $V[6]$ (для однородных клеток подпространство будет пустым при любом количестве полюсов).

Топологический подход к эксплуатационной диагностике асинхронного электродвигателя

Топологический подход формирует научно-методическую платформу для организации системы мониторинга текущего технического состояния АЭД в процессе их эксплуатации. Наряду с показателями технического состояния в процессе диагностического тестирования предполагается определение прогнозных характеристик риска продолжения эксплуатации и остаточного ресурса АЭД.

Основной недостаток существующих в настоящее время методов эксплуатационной диагностики [18 — 33] заключается в том, что они сосредоточены на фиксации и анализе внешних проявлений параметрической неоднородности АЭД. Под такими проявлениями понимаются изменения интенсивности внешнего электромагнитного, теплового или акустического полей, вариации величин и спектров потребляемых токов или момента на валу электрической машины. Данные диагностические факторы содержат информацию о существовании внутренних неоднородностей (при их наличии), но в силу высокой степени интегрированности информации не позволяют судить о том, вызваны ли зафиксированные внешние изменения внутренней неоднородностью АЭД или спровоцированы действием внешних факторов. По этой причине существующие методы диагностики не являются надежной основой для заключения о текущем техническом состоянии АЭД.

Топологический метод эксплуатационной диагностики [34 — 36] базируется на тестировании отдель-

ных областей векторного пространства АЭД и сопоставлении результатов тестирования с эталонными данными. В первую очередь, исследуется рабочая область векторного пространства, поскольку её свойства определяют эффективность электромеханического преобразования энергии в АЭД.

Эксплуатационное тестирование рабочей области АЭД выполняется следующим образом. На обмотку статора обесточенного электродвигателя с неподвижным ротором последовательно подаются векторы импульсного напряжения (см. модель (3)):

$$u_{S1} = \delta(t) \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad u_{S2} = \delta(t) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}; \quad u_{S3} = \delta(t) \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

где $\delta(t)$ — дельта-функция Дирака.

Векторы ориентированы по трём осям рабочей области векторного пространства. В опытах фиксируются токовые реакции АЭД на импульсные воздействия i_{S1} , i_{S2} , i_{S3} , представляющие собой вектор-функции Грина электромеханической системы по трём осям рабочей области. Вектор-функции Грина заносятся в матрицу Грина $G(t)$ в форме её столбцов. Сформированная матрица Грина ассоциируется с фиксированным моментом времени t , отсчитываемым с момента выпускных испытаний АЭД на предприятии-изготовителе.

Полученные в результате периодического эксплуатационного тестирования матрицы Грина $G(0)$, $G(t_1)$, $G(t_2)$, ... хранятся в технической документации АЭД весь срок его эксплуатации. Они — носители достоверной информации о текущем техническом состоянии АЭД. Следует подчеркнуть, что благодаря известным свойствам функций Грина, данная информация независима от таких эксплуатационных факторов как режим эксплуатации АЭД, форма и симметрия питающих напряжений, наличие и характер изменения нагрузки электродвигателя и других внешних факторов. Более подробные сведения о проведении эксплуатационного тестирования, способах обработки диагностической информации, оценки технического состояния и эксплуатационных рисков АЭД можно найти в [3, 34 — 36].

Заключение

Представленное исследование в прикладном отношении направлено на выполнение научно обоснованных оценок текущего технического состояния АЭД. Существующая классическая теория АЭД обладает недостаточной общностью для решения поставленной задачи. Она не охватывает состояния АЭД с производственно-технологическими отклонениями, а также состояний с эксплуатационными повреждениями или старением. Разнообразие эксплуатационных состояний и конструктивных исполнений АЭД требуют расширения классических рамок анализа до уровня многомерных представлений.

Подобное расширение выполнено в рамках топологического подхода, формирующего представление об АЭД как о многомерной и неоднородной электромеханической системе, которая может находиться в однородных или неоднородных состояниях в зависимости от внутренних свойств и внешних воздействий. Методологическая основа топологического подхода — наблюдение и анализ формальных свойств математической модели с перенесением их результатов на объект. Существенную методологическую роль играют правила и систематизированный понятийно-терминологический аппарат, приведенные в работе. Кроме того, представлены метод, способ и примеры топологического исследования. Тем самым, охвачены все компоненты научного подхода, ориентированного на многомерное представление эксплуатационных состояний АЭД.

Литература

1. **Иванов-Смоленский А.В.** Электрические машины. Т. 1. М.: Издат. дом МЭИ, 2006.
2. **Иванов-Смоленский А.В.** Электрические машины. Т. 2. М.: Издат. дом МЭИ, 2006.
3. **Курилин С.П., Денисов В.Н.** Топологические аспекты теории асинхронных электрических машин. Смоленск: Универсум, 2019.
4. **Курилин С.П., Денисов В.Н.** Математическая модель неявнополюсной электрической машины в матричной форме // Электричество. 2014. № 4. С. 43—49.
5. **Вольдек А.И.** Электрические машины. М.: Альянс, 2017.
6. **Kurilin S.P, Denisov V.N, Bobkov V.** Risk Assessment for Rotors Operational Integrity Loss of Asynchronous Electrical Machines in Heat Power Engineering Systems // Proc. Intern. Russian Automation Conf. 2019. Pp. 1—5.
7. **Kurilin S.P, Denisov V.N, Fedulov A.S., Dli M.I.** Scientific Basis of Methods for Topological Diagnostics of Asynchronous Electric Machines // Proc. AIP Conf. 2018. V. 2053(1). P. 030031.
8. **Kurilin S.P, Denisov V.N., Dli M.I.** Mathematical and Visual Models of Asynchronous Electric Machines Energy Fields // Proc. III Intern. Sci. and Techn. Conf. Energy Systems. 2019. V. 552. No. 1. P. 012015.
9. **Борисов В.В., Курилин С.П., Черновалова М.В.** Топологический подход к исследованию неоднородных электромеханических систем // Математические методы в технике и технологиях: Сб. трудов Междунар. науч. конф. СПб. Изд-во Политехн. ун-та, 2020. Т. 7. С. 93—96.
10. **Копылов И.П.** Электрические машины. М.: Высшая школа, 2004.
11. **Беспалов В.Я., Котеленец Н.Ф.** Электрические машины. М.: Академия, 2006.
12. **Нос О.В.** Математическая модель асинхронного двигателя в линейных пространствах, связанных со статором и ротором // Известия вузов. Серия «Электроме­ханика». 2008. № 2. С. 14—20.

Топологический подход создает научно-методическую платформу для организации системы мониторинга текущего технического состояния АЭД в процессе их эксплуатации. Основной недостаток существующих методов эксплуатационной диагностики состоит в том, что они сосредоточены на фиксации и анализе внешних проявлений параметрической неоднородности АЭД. Топологический метод эксплуатационной диагностики направлен на фиксацию и анализ изменений внутренних свойств объекта и практически независим от влияния внешних факторов. Это обстоятельство обеспечивает высокую достоверность результатов применения метода топологической диагностики для оценок текущего технического состояния АЭД.

References

1. **Ivanov-Smolenskiy A.V.** Elektricheskie Mashiny. T. 1. M.: Izdat. Dom MEI, 2006. (in Russian).
2. **Ivanov-Smolenskiy A.V.** Elektricheskie Mashiny. T. 2. M.: Izdat. Dom MEI, 2006. (in Russian).
3. **Kurilin S.P., Denisov V.N.** Topologicheskie Aspekty Teorii Asinkhronnykh Elektricheskikh Mashin. Smolensk: Universum, 2019. (in Russian).
4. **Kurilin S.P., Denisov V.N.** Matematicheskaya Model' Neyavnopolusnoy Elektricheskoy Mashiny v Matrichnoy Forme. Elektrichestvo. 2014;4:43—49. (in Russian).
5. **Vol'dek A.I.** Elektricheskie Mashiny. M.: Al'yans, 2017. (in Russian).
6. **Kurilin S.P, Denisov V.N, Bobkov V.** Risk Assessment for Rotors Operational Integrity Loss of Asynchronous Electrical Machines in Heat Power Engineering Systems.. Proc. Intern. Russian Automation Conf. 2019;1—5.
7. **Kurilin S.P, Denisov V.N, Fedulov A.S., Dli M.I.** Scientific Basis of Methods for Topological Diagnostics of Asynchronous Electric Machines. Proc. AIP Conf. 2018; 2053(1):030031.
8. **Kurilin S.P, Denisov V.N., Dli M.I.** Mathematical and Visual Models of Asynchronous Electric Machines Energy Fields. Proc. III Intern. Sci. and Techn. Conf. Energy Systems. 2019; 552;1:012015.
9. **Borisov V.V., Kurilin S.P., Chernovalova M.V.** Topologicheskiy Podkhod k Issledovaniyu Neodnorodnykh Elektromekhanicheskikh Sistem. Matematicheskie Metody v Tekhnike i Tekhnologiyakh: Cb. Trudov Mezhdunar. Nauch. Konf. SPb. Izd-vo Politekh. Un-ta, 2020;7:93—96. (in Russian).
10. **Kopylov I.P.** Elektricheskie Mashiny. M.: Vysshaya Shkola, 2004. (in Russian).
11. **Bespalov V.Ya., Kotelenets N.F.** Elektricheskie Mashiny. M.: Akademiya, 2006. (in Russian).
12. **Nos O.V.** Matematicheskaya Model' Asinkhronnogo Dvigatelya v Lineynykh Prostranstvakh, Svyazannykh so Statorom i Rotorom. Izvestiya Vuzov. Seriya «Elektromekhanika». 2008;2:14—20. (in Russian).

13. **Кацман М.М.** Справочник по электрическим машинам. М.: Академия, 2005.
14. **Электротехнический справочник.** Т. 4. Использование электрической энергии / Под общ. ред. В.Г. Герасимова и др. М.: Изд-во МЭИ, 2004.
15. **Копылов И.П. и др.** Проектирование электрических машин. М.: Альянс, 2016.
16. **Гольдберг О.Д., Макаров Л.Н., Хелемская С.П.** Инженерное проектирование электрических машин. М.: Издат. дом «Бастед», 2016.
17. **Гантмахер Ф.Р.** Теория матриц. М.: Физматлит, 2010.
18. **Smolin V.I., Topolskaya I.G., Volovich G.I.** The Energy Method for Monitoring the Instantaneous State and the Formation of a Synchronous Motor Control Variables // Proc. II Intern. Conf. Industrial Eng., Appl. and Manufacturing. 2016. Pp. 1—4.
19. **Farhani F., Zaafour A., Chaari A.** Real Time Induction Motor Efficiency Optimization // J. Franklin Institute. 2017. V. 354(8). Pp. 3289—3304.
20. **Aksenov Y., Yaroshenko I., Noe G., Andreev A.** On-line Diagnostics Technology and Repair Results for Medium Voltage Motors // IEEE Intern. Symp. Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics and Drives. 2009. Pp. 1—7.
21. **Aksenov Y., Arces I., Noe G.** On-line PD Diagnostic on Medium Voltage Motors and Cable Lines: Useful Tool for the Maintenance Manager // Proc. Intern. Symp. Electrical Insulation. 2004. Pp. 151—153.
22. **Joksimovic G.M., Durovic J.P.** The Detection of Inter-turn Short Circuits in the Stator Windings of Operating Motors // IEEE Trans. Industrial Electronics. 2000. V. 47(5). Pp. 1078—1084.
23. **Bellini A., Filippetti F., Tassoni C., Kliman G.B.** Quantitative Evaluation of Induction Motor Broken Bars by Means of Electrical Signature Analysis // IEEE Trans. Industry Appl. 2001. V. 37. Pp. 1248—1255.
24. **Filho P.S.M.L., Pederiva R., Brito J.N.** Detection of Stator Winding Faults in Induction Machines Using Flux and Vibration Analysis // IEEE Intern. Symp. Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics and Drives. 2007. Pp. 432—437.
25. **Aksenov Y., Yaroshenko I., Noe G., Andreev A.** Diagnostic Technology for Transformers: Methods Synergy and Double-Coordinate Location // IEEE Intern. Symp. Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics and Drives. 2009. Pp. 1—7.
26. **De la Barrera P.M. e. a.** Experimental Generation and Quantification of Stator Core Faults on Induction Motors // Ibid. Pp. 8—14.
27. **Петухов В.С., Соколов В.А.** Диагностика состояния электродвигателей. Метод спектрального анализа потребляемого тока // Новости электротехники. 2005. № 1(31). С. 23—28.
28. **Петухов В.С.** Спектральный анализ модулей векторов Парка тока и напряжения // Новости электротехники. 2008. № 2(50). С. 43—49.
13. **Katsman M.M.** Spravochnik po Elektricheskim Mashinam. M.: Akademiya, 2005. (in Russian).
14. **Elektrotekhnicheskij Spravochnik.** T. 4. Ispol'zovanie Elektricheskoy Energii. Pod Obshch. Red. V.G. Gerasimova i dr. M.: Izd-vo MEI, 2004. (in Russian).
15. **Kopylov I.P. i dr.** Proektirovanie Elektricheskikh Mashin. M.: Al'yans, 2016. (in Russian).
16. **Gol'dberg O.D., Makarov L.N., Khelemskaya S.P.** Inzhenernoe Proektirovanie Elektricheskikh Mashin. M.: Izdat. Dom «Basted», 2016. (in Russian).
17. **Gantmakher F.R.** Teoriya Matrits. M.: Fizmatlit, 2010. (in Russian).
18. **Smolin V.I., Topolskaya I.G., Volovich G.I.** The Energy Method for Monitoring the Instantaneous State and the Formation of a Synchronous Motor Control Variables. Proc. II Intern. Conf. Industrial Eng., Appl. and Manufacturing. 2016:1—4.
19. **Farhani F., Zaafour A., Chaari A.** Real Time Induction Motor Efficiency Optimization. J. Franklin Institute. 2017;354(8):3289—3304.
20. **Aksenov Y., Yaroshenko I., Noe G., Andreev A.** On-line Diagnostics Technology and Repair Results for Medium Voltage Motors. IEEE Intern. Symp. Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics and Drives. 2009:1—7.
21. **Aksenov Y., Arces I., Noe G.** On-line PD Diagnostic on Medium Voltage Motors and Cable Lines: Useful Tool for the Maintenance Manager. Proc. Intern. Symp. Electrical Insulation. 2004:151—153.
22. **Joksimovic G.M., Durovic J.P.** The Detection of Inter-turn Short Circuits in the Stator Windings of Operating Motors. IEEE Trans. Industrial Electronics. 2000;47(5):1078—1084.
23. **Bellini A., Filippetti F., Tassoni C., Kliman G.B.** Quantitative Evaluation of Induction Motor Broken Bars by Means of Electrical Signature Analysis. IEEE Trans. Industry Appl. 2001;37:1248—1255.
24. **Filho P.S.M.L., Pederiva R., Brito J.N.** Detection of Stator Winding Faults in Induction Machines Using Flux and Vibration Analysis. IEEE Intern. Symp. Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics and Drives. 2007:432—437.
25. **Aksenov Y., Yaroshenko I., Noe G., Andreev A.** Diagnostic Technology for Transformers: Methods Synergy and Double-Coordinate Location. IEEE Intern. Symp. Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics and Drives. 2009:1—7.
26. **De la Barrera P.M. e. a.** Experimental Generation and Quantification of Stator Core Faults on Induction Motors. Ibid:8—14.
27. **Petukhov V.S., Sokolov V.A.** Diagnostika Sostoyaniya Elektrodvigatelye. Metod Spektral'nogo Analiza Potrebyaemogo Toka. Novosti Elektrotekhniki. 2005;1(31):23—28. (in Russian).
28. **Petukhov V.S.** Spektral'nyy Analiz Moduley Vektorov Parka Toka i Napryazheniya. Novosti Elektrotekhniki. 2008;2(50):43—49. (in Russian).

29. **Степанов В.М., Свистунов Н.А.** Диагностика и управление режимами работы электромеханических и электротехнических систем автономных источников электроэнергии для собственных нужд газораспределительных объектов // Известия Тульского гос. ун-та. Серия «Технические науки». 2018. № 12. С. 96—99.

30. **Shprekher D.M., Kolesnikov E.B.** The Remote Method of Diagnosing the Technical Condition of Complex Electromechanical Systems // 2018 Intern. Multi-conf. Industrial Eng. and Modern Technol. 2018. Pp. 1—3.

31. **Ming Yu, Mengxin Li.** Fault Detection and Isolation in a Nonlinear Electromechanical System // Intern. Conf. Sensing, Diagnostics, Prognostics, and Control. 2017. Pp. 1—3.

32. **Veresnikov G.S., Skryabin A.V.** The Electromechanical Actuator Technical Condition Monitoring System Based on Data Mining Methods // Proc. XI Intern. Conf. Management of Large-scale System Development. 2018. Pp. 1—4.

33. **Jinyeong Moon, Leeb S.B.** Wire Less Sensors for Electromechanical Systems Diagnostics // IEEE Trans. Instrumentation and Measurement. 2018. V. 67. Iss. 9. Pp. 1—12.

34. **Kurilin S.P., Denisov V.N.** The Development of Topological Diagnostic Methods of Asynchronous Electric Machines // Diagnostics, Resource and Mechanics of Materials and Structures. 2018. Iss. 6. Pp. 214—221.

35. **Kurilin S.P., Denisov V.N., Dli M.I., Bobkov V.I.** Vector Space as an Area of the Operation Risks Characteristics for Asynchronous Electric Machines // Mechanical Sci. and Technol. Update. 2019. V. 1260. P. 052017.

36. **Kurilin S.P., Denisov V.N., Dli M.I., Bobkov V.I.** A Method for the Operational Diagnostics of Induction Motors. // Proc. XIII Intern. Conf. Mechanics, Resource and Diagnostics of Materials and Structures. 2019. V. 2176. No. 1. P. 04008.

29. **Stepanov V.M., Svistunov N.A.** Diagnostika i Upravlenie Rezhimami Raboty Elektromekhanicheskikh i Elektrotekhnicheskikh Sistem Avtonomnykh Istochnikov Elektroenergii dlya Sobstvennykh Nuzhd Gazorasprede-litel'nykh Ob'ektov. Izvestiya Tul'skogo Gos. Un-ta. Seriya «Tekhnicheskie Nauki». 2018;12:96—99. (in Russian).

30. **Shprekher D.M., Kolesnikov E.B.** The Remote Method of Diagnosing the Technical Condition of Complex Electromechanical Systems. 2018 Intern. Multi-conf. Industrial Eng. and Modern Technol. 2018:1—3.

31. **Ming Yu, Mengxin Li.** Fault Detection and Isolation in a Nonlinear Electromechanical System. Intern. Conf. Sensing, Diagnostics, Prognostics, and Control. 2017:1—3.

32. **Veresnikov G.S., Skryabin A.V.** The Electromechanical Actuator Technical Condition Monitoring System Based on Data Mining Methods. Proc. XI Intern. Conf. Management of Large-scale System Development. 2018:1—4.

33. **Jinyeong Moon, Leeb S.B.** Wire Less Sensors for Electromechanical Systems Diagnostics. IEEE Trans. Instrumentation and Measurement. 2018;67;9:1—12.

34. **Kurilin S.P., Denisov V.N.** The Development of Topological Diagnostic Methods of Asynchronous Electric Machines. Diagnostics, Resource and Mechanics of Materials and Structures. 2018;6:214—221.

35. **Kurilin S.P., Denisov V.N., Dli M.I., Bobkov V.I.** Vector Space as an Area of the Operation Risks Characteristics for Asynchronous Electric Machines. Mechanical Sci. and Technol. Update. 2019;1260:052017.

36. **Kurilin S.P., Denisov V.N., Dli M.I., Bobkov V.I.** A Method for the Operational Diagnostics of Induction Motors. Proc. XIII Intern. Conf. Mechanics, Resource and Diagnostics of Materials and Structures. 2019;2176:1:04008.

Сведения об авторах:

Курилин Сергей Павлович — доктор технических наук, профессор кафедры электромеханических систем Смоленского филиала МЭИ, e-mail: sergkurilin@gmail.com

Денисов Валерий Николаевич — доктор технических наук, профессор кафедры высшей математики Смоленского филиала МЭИ, e-mail: dvalnik@mail.ru

Information about authors:

Kurilin Sergey P. — Dr.Sci. (Techn.), Professor of Electromechanical Systems Dept., Branch of NRU MPEI in Smolensk, e-mail: sergkurilin@gmail.com

Denisov Valeriy N. — Dr.Sci. (Techn.), Professor of Higher Mathematics Dept., Branch of NRU MPEI in Smolensk, e-mail: dvalnik@mail.ru

Работа выполнена при поддержке: РФФИ (проект № 20-01-00283)

The work is executed at support: RFBR (Project No. 20-01-00283)

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов

Conflict of interests: the authors declare no conflict of interest

Статья поступила в редакцию: 06.10.2020

The article received to the editor: 06.10.2020