

УДК 621.313.33.001.1

DOI: 10.24160/1993-6982-2021-2-71-75

## **Автоколебательные процессы в системе двух электромагнитов, соединенных по дифференциальной схеме**

А.К. Нуралиев, М.И. Ибадуллаев, А.Ж. Есенбеков, А.И. Назаров

Ряд современных технологических процессов может быть значительно интенсифицирован за счет использования вибровозбуждения в широком диапазоне частот и амплитуд колебаний. Наиболее эффективным источником вибрации во многих случаях является электромагнитный вибровозбудитель (ЭМВВ), особенно при мощностях до нескольких киловатт и выше, наиболее целесообразными считаются двухтактные ЭМВВ, развивающие не пульсирующую и знакопеременную вынуждающую силу.

Выполнен анализ возбуждения автоколебаний в системе двух электромагнитов, соединенных по дифференциальной схеме, которая позволяет расширить диапазон рабочих частот и увеличить мощность системы. Приведено уравнение, описывающее взаимодействие механической колебательной подсистемы ЭМВВ и системы электропитания. Разработан метод анализа двухконтурной автономной электромеханической системы (ЭМС) с учетом электромеханических связей. Отмечено, что в автономном режиме реализуется одно устойчивое состояние, обеспечивающее стабильность по частоте.

*Ключевые слова:* низшая и основная гармоники, резонанс, вибрация, поток, магнитная цепь, якорь, электромагнит, вибровозбудитель, вибротехнологии.

*Для цитирования:* Нуралиев А.К., Ибадуллаев М.И., Есенбеков А.Ж., Назаров А.И. Автоколебательные процессы в системе двух электромагнитов, соединенных по дифференциальной схеме // Вестник МЭИ. 2021. № 2. С. 71—75. DOI: 10.24160/1993-6982-2021-2-71-75.

## **Self-Oscillatory Processes in a System of Two Electromagnets Connected According to a Differential Scheme**

A.K. Nuraliev, M.I. Ibadullaev, A.Zh. Esenbekov, A.I. Nazarov

A number of modern technological processes can be significantly intensified by applying vibratory excitation in a wide range of oscillation frequencies and amplitudes. In many cases, an electromagnetic vibration exciter (EMVE) may serve as the most effective source of vibration, especially at power levels up to several kilowatts and more; push-pull EMVEs developing a non-pulsating and sign-variable exciting force are considered to be the most appropriate ones.

The excitation of self-oscillations in a system of two electromagnets connected according to a differential scheme, which allows the range of operating frequencies to be widened and the system power capacity to be increased, is analyzed. An equation describing the interaction between the EMVE mechanical vibration subsystem and the power supply system is given. A method for analyzing a dual-circuit self-contained electromechanical system (EMS) taking into account electromechanical links is developed. It is pointed out that during operation in the autonomous mode one stable state ensuring frequency stability is realized.

*Key words:* lowest and fundamental harmonic components, resonance, vibration, flux, magnetic circuit, armature, electromagnet, vibration exciter, vibration technologies.

*For citation:* Nuraliev A.K., Ibadullaev M.I., Esenbekov A.Zh., Nazarov A.I. Self-Oscillatory Processes in a System of Two Electromagnets Connected According to a Differential Scheme. Bulletin of MPEI. 2021;2:71—75. (in Russian). DOI: 10.24160/1993-6982-2021-2-71-75.

### Введение

В последние годы в области интенсивной вибро-технологии широко используется электромагнитный вибровозбудитель (ЭМВВ). Следовательно, изучение колебательных явлений в электромеханической системе (ЭМС) представляет постоянный интерес для широкого круга исследователей [1 — 12].

Наиболее эффективным источником колебаний является ЭМВВ, в котором электроэнергия преобразуется в энергию механических колебаний. Процесс преобразования связан с изменением индуктивности. ЭМВВ обладают рядом существенных преимуществ перед другими типами возбудителей, поскольку позволяют в широком диапазоне изменения параметров плавно регулировать амплитуду и частоты колебаний. Их легко встраивать в технологические линии, они обладают удобством обслуживания, низкими эксплуатационными расходами и широкими возможностями автоматизации.

Исследование колебательных ЭМС с ЭМВВ — сложная многоплановая задача. Среди множества проблем необходимо выбрать конкретные, наиболее перспективные направления исследования. К их числу принадлежат вопросы создания и совершенствования резонансных ЭМС с обратной связью (ОС), управляющей инвертором или усилителем [5 — 9, 12]. Указанные системы легко встраиваются в существующие технологические линии, а модернизация уже имеющихся колебательных систем с переводом их в резонансный режим дает значительную экономию электроэнергии и металла.

Во многих работах теория электромагнитных вибровозбудителей колебаний рассматривается на основе механических колебательных систем, взаимодействующих с преобразователем и подсистемами управления, и развита далеко недостаточно. В частности, отсутствует общая постановка задачи, не изучены влияния нелинейности, а также многие основные вопросы взаимодействия подсистем, примыкающих к теории систем с ограниченным возбуждением. Недостаточно глубоко освещены вопросы синтеза электромеханических систем с обратной связью, позволяющих обеспечить требуемые вибрации с целью достижения оптимальных характеристик режима колебаний.

Рассмотрены некоторые особенности возбуждения колебаний в электромеханической системе с помощью двух электромагнитов, соединенных по дифференциальной схеме, расширяющей диапазон рабочих частот и увеличивающей мощность системы.

Электромагнитная система (рисунок) состоит из двух Ш-образных электромагнитов с жесткой связью.

Обмотки электромагнитов по дифференциальной схеме соединены с источником переменного тока через конденсаторы  $C_1$ ,  $C_2$  и образуют колебательные контуры, в которых, при определенных условиях, возникает параметрический резонанс и возбуждаются механические колебания с частотой, отличной от частоты внешнего источника питания. Эффект взаимодействия

колебательных контуров обусловлен перемещением якоря в магнитном поле электромагнитов.

Рассмотрим динамику работы двух электромагнитов ЭМ1 и ЭМ2, включенных в резонансные цепи.

Используя в целях сокращения записи двухиндексное обозначение, первый индекс которого соответствует цепи индуктивностью  $L_1$ , а второй —  $L_2$ , запишем уравнения системы в следующем виде:

$$\frac{d\psi_{1,2}}{dt} + \frac{1}{C_{1,2}} \int i_{1,2} dt + R_{1,2} i_{1,2} = U_m \sin \omega t; \quad (1)$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \beta \frac{dx}{dt} + Kx = F(x, i_1, i_2), \quad (2)$$

где  $C_{1,2}$  — емкости колебательных контуров;  $i_{1,2}$  — токи в обмотках электромагнитов;  $R_{1,2}$  — активные сопротивления обмоток электромагнитов;  $U_m \sin \omega t$  — напряжение внешнего источника;  $m$  — приведенная к якорю масса подвижных частей вибровозбудителя;  $x$  — перемещение якоря;  $\beta$  — коэффициент трения подвижной части;  $K(x)$  — упругость пружин,  $K(x) = \alpha x + \gamma x^3$ ;  $F(x, i_1, i_2)$  — возмущающая сила, являющаяся функцией перемещения  $x$  и токов  $i_1, i_2$ .

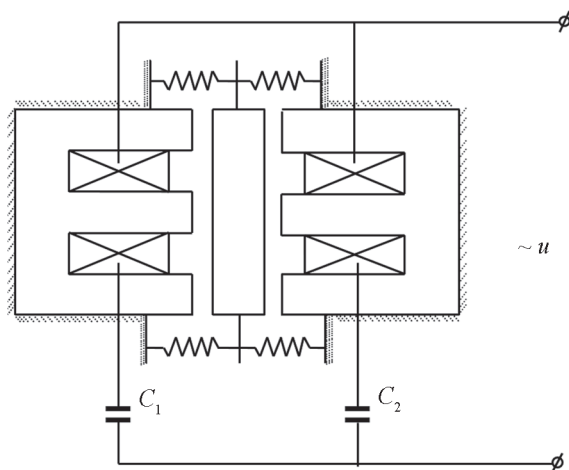
Экспериментально подтверждающееся наличие колебаний в системе с частотой  $\Omega$ , отличной от частоты внешнего воздействия, позволяет предположить, что решение уравнения (2) относительно  $x$  следует искать в виде гармонической функции:

$$x = A \cos(\Omega t - \theta), \quad (3)$$

где  $A$  — амплитуда искомых автоколебаний;  $\Omega$  — частота механических автоколебаний;  $\theta$  — начальная фаза, определяющая положение якоря при  $x(0)$ .

Индуктивности электромагнитов  $L_1$  и  $L_2$  нелинейно зависят от  $x$  и могут быть описаны следующими аппроксимирующими функциями:

$$L_{1,2} = \frac{\mu_0 S W^2}{2(x_0 \mp x)} = L_0 \frac{1}{1 \mp y}; \quad L_{01} = L_{02} = L_0 = \frac{\mu_0 S W^2}{2x_0},$$



Дифференциальная схема соединения двух электромагнитов

где  $S$  — условное сечение магнитопровода катушки;  $W$  — число витков катушки;  $L_{01}, L_{02}$  — индуктивности в среднем положении якоря;  $y = x/x_0$  — относительное перемещение.

При учете ненасыщенности магнитопроводов поточесцепление каждого из них выглядит как:

$$\Psi_{1,2} = L_{1,1}i_{1,2}.$$

Заменив переменные и повторно проинтегрировав (1), получим:

$$\frac{d^2\Psi_{1,2}}{dt^2} + \omega_{1,2}^2\Psi_{1,2} = U_m\omega\cos\omega t + (\omega_{1,2}^2 - \omega_{01,02}^2)\Psi_{1,2} - \delta_{1,2}\frac{d}{dt}[\Psi_{1,2}(1 \mp y)] \pm \omega_{01,02}^2y\Psi_{1,2}; \quad (4)$$

где  $\omega_{01}^2 = \frac{1}{L_{01}C_1}$ ;  $\omega_{02}^2 = \frac{1}{L_{02}C_2}$ ;  $\delta_{1,2} = \frac{R_{1,2}}{L_{01,02}}$ ;  $\omega_{1,2} = \omega \mp \Omega$ .

Приближенные решения (4) можно получить, если предположить, что в электрической части системы существуют автоколебания, близкие по частоте к вынужденным колебаниям. Тогда решение (4) предстанет в виде суммы двух гармонических колебаний:

$$\Psi_{1,2} = a_{1,2}\sin(\omega_{1,2}t + \varphi_{1,2}) + b_{1,2}\cos\omega t. \quad (5)$$

По энергетическому методу приближенного решения уравнений неизвестные  $a_1, a_2, b_1, b_2, \varphi_1, \varphi_2$  получим из (4) с учетом (3).

$$\left\{ \begin{aligned} a_1 &= \frac{Ab_1}{2} \sqrt{\frac{\omega_{01}^4 + \delta_1^2\omega_1^2}{(\omega_1^2 - \omega_{01}^2)^2 + \delta_1^2\omega_1^2}}; \quad b_1 = \frac{U_m\omega}{\omega_{01}^2 - \omega^2}; \\ \varphi_1 + \alpha_1 &= \theta + \beta_1; \quad \text{tg}\alpha_1 = \frac{\delta_1\omega_1}{\omega_{01}^2 - \omega_1^2}; \quad \text{tg}\beta_1 = -\frac{\omega_{01}^2}{\delta_1\omega_1}; \end{aligned} \right. \quad (6)$$

$$\left\{ \begin{aligned} a_2 &= \frac{Ab_2}{2} \sqrt{\frac{\omega_{02}^4 + \delta_2^2\omega_2^2}{(\omega_2^2 - \omega_{02}^2)^2 + \delta_2^2\omega_2^2}}; \quad b_2 = \frac{U_m\omega}{\omega_{02}^2 - \omega^2}; \\ \varphi_2 + \alpha_2 &= \theta + \beta_2; \quad \text{tg}\alpha_2 = \frac{\delta_2\omega_2}{\omega_{02}^2 - \omega_2^2}; \quad \text{tg}\beta_2 = -\frac{\omega_{02}^2}{\delta_2\omega_2}. \end{aligned} \right. \quad (7)$$

При выводе выражений (6), (7) учитывали, что частота  $\Omega$  связана с  $\omega$  соотношением  $\omega_{1,2} = \omega \pm \Omega$ , и решение не содержит секулярных членов.

Для решения (2) возмущающую силу механического колебательного контура определим как разность двух электромагнитных сил, действующих в магнитных полях электромагнитов:

$$F(x, i_1, i_2) = \frac{i_1^2}{2} \frac{dL_1}{dx} - \frac{i_2^2}{2} \frac{dL_2}{dx} = \frac{\Psi_1^2}{2L_{01}} + \frac{\Psi_2^2}{2L_{02}}, \quad (8)$$

тогда выражение (2) запишем с учетом (8) следующим образом:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + \beta\frac{dx}{dt} + kx = \frac{\Psi_1^2}{2L_{01}} + \frac{\Psi_2^2}{2L_{02}}. \quad (9)$$

Для определения амплитуды и частоты колебаний якоря подставим (5) и (3) в (9) и, приравняв коэффициенты при  $\sin\Omega t$  и  $\cos\Omega t$ , найдем:

$$A = \frac{2}{\sqrt{3\lambda}} \times \sqrt{(\Omega^2 - \Omega_0^2) + \mu\Omega - F_0 [a_2'b_2 \sin(\gamma_2 - 45^\circ) + a_1'b_1 \sin(\gamma_1 + 45^\circ)]},$$

где

$$\alpha_1 - \beta_1 = \gamma_1; \quad \alpha_2 - \beta_2 = \gamma_2; \quad a_1' = \frac{a_1}{A}; \quad a_2' = \frac{a_2}{A};$$

$$\mu = \frac{\beta}{m}; \quad \Omega_0^2 = \frac{\alpha}{m}; \quad \lambda = \frac{\gamma x_0^2}{m}; \quad F_0 = \frac{1}{2L_0 x_0 m}.$$

Полученные выражения позволяют определить амплитуду колебаний ЭМВВ при учете нелинейности упругого элемента, характеризующегося коэффициентом  $\gamma$ . Если им пренебречь, то можно вывести выражение для частот механических колебаний и его фазу:

$$\Omega = -\frac{\mu}{2} + \sqrt{\Omega_0^2 + \frac{\mu^2}{4} + \sqrt{2}F_0 [a_1'b_1 \sin(\gamma_1 + 45^\circ) + a_2'b_2 \sin(\gamma_2 - 45^\circ)]};$$

$$\text{tg}\theta = \frac{\Omega^2 - \Omega_0^2 - F_0 [a_1'b_1 \sin\gamma_1 + a_2'b_2 \sin\gamma_2]}{\mu\Omega - F_0 [a_1'b_1 \cos\gamma_1 + a_2'b_2 \cos\gamma_2]}.$$

Как следует из уравнений (3), (5), поток, а следовательно, и ток являются биениями колебаний с огибающей частотой  $\Omega$ . Амплитуды этих колебаний зависят от напряжения сети и глубины модуляции параметра  $x$ . На частоту автоколебаний системы существенно влияют емкости  $C_1$  и  $C_2$ .

При расстройке электрических параметров проявляется неравенство сил, действующих на якорь, и в системе самовозбуждаются автоколебания. В отличие от электромеханической системы с одним электромагнитом, анализируемая система включения двух электромагнитов обладает более устойчивыми колебаниями и позволяет реализовать двухкомпонентные колебания за счет второго электрического контура.

### Выводы

Предложена математическая модель, характеризующая исходной системой нелинейных дифференциальных уравнений для электромеханической системы с двумя электромагнитами, соединенными по дифференциальной схеме;

Сформирована и на основе метода малого параметра для гармонического процесса автоколебаний реше-

на система нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка, что позволяет анализировать процессы в двухконтурной автономной электромеханической системе с учетом электромеханических связей. Полученные данные использованы для частных случаев параметров системы.

### Литература

1. Ильин М.М., Колесников К.С., Саратов Ю.С. Теория колебаний. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003.
2. Бессонов Л.А. Нелинейные электрические цепи. М.: Высшая школа, 2015.
3. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Наука, 2008.
4. Попов Е.Г. Теория нелинейных систем автоматического регулирования и управления. М.: Наука, 2011.
5. Ибадуллаев М.И., Нуралиев А.К., Есенбеков А.Ж., Назаров А.И. Резонансный электромагнитный вибровозбудитель колебаний с обратной связью // Вестник МЭИ. 2020. № 1. С. 62—66.
6. Чесноков А.А. К теории и расчету электромагнитных колебаний. Электричество. 1961. № 12. С. 37—40.
7. Chowdhury S.H., Tilliakhoev M., Ullah Md.S. An Analysis on Electromagnetic Vibro-exciter Fed by Non-linear Power, controlled by Velocity Transducer // J. Electrical Eng. 1996. V. 24. No. 1. Pp. 1—7.
8. Исмаилов З.И., Халилов И.А., Исмаилов А.З. Исследование двухтактного вибровозбудителя в вынужденном режиме // Узбекский журнал проблем информатики и энергетики. 2017. № 1. С. 58—62.
9. Назаров А.И., Ибадуллаев М.И., Тилляходжаев М.М. Структурная схема электромагнитного вибровозбудителя с амплитудно-частотным управлением // Журнал проблем энерго- и ресурсосбережения. 2016. № 3—4. С. 55—59.
10. Антипов В.И., Ефременков Е.Е. Асимптотический методы в теории нелинейных колебаний. М.: Наука, 2008.
11. Щеголев С.А. Метод малого параметра А. Пуанкаре в теории нелинейных колебаний. Одесса: Изд-во Одесского национального ун-та им. И.И. Мечникова, 2015.
12. Тилляходжаев М.М., Ибадуллаев М.И., Нуралиев А.К. Синтез двухтактного электромагнитного вибровозбудителя, выполненного по дифференциальной схеме // Вестник ТашГТУ. 2003. № 4. С. 57—60.

### Сведения об авторах:

**Ибадуллаев Мухтор Ибадуллаевич** — доктор технических наук, профессор кафедры электротехники Ташкентского государственного технического университета имени Ислама Каримова, Узбекистан, e-mail: ilider1987@yandex.com  
**Нуралиев Алмихан Калпакбаевич** — кандидат технических наук, доцент кафедры электротехники Ташкентского государственного технического университета, Узбекистан

Электромагнитные возбудители колебаний с двумя электромагнитами, соединенными по дифференциальной схеме, обладают рядом существенных преимуществ перед другими типами возбудителей. Они позволяют плавно регулировать амплитуду и частоту автоколебаний в широком диапазоне изменения параметров.

### References

1. Il'in M.M., Kolesnikov K.S., Saratov Yu.S. Teoriya Kolebaniy. M.: Izd-vo MG TU im. N.E. Baumana, 2003. (in Russian).
2. Bessonov L.A. Nelineynye Elektricheskie Tsepi. M.: Vysshaya Shkola, 2015. (in Russian).
3. Bogolyubov N.N., Mitropol'skiy Yu.A. Asimptoticheskie Metody v Teorii Nelineynykh Kolebaniy. M.: Nauka, 2008. (in Russian).
4. Popov E.G. Teoriya Nelineynykh Sistem Avtomaticheskogo Regulirovaniya i Upravleniya. M.: Nauka, 2011. (in Russian).
5. Ibadullaev M.I., Nuraliev A.K., Esenbekov A.Zh., Nazarov A.I. Rezonansnyy Elektromagnitnyy Vibrovoboditel' Kolebaniy s Obratnoy Svyaz'yu. Vestnik MEI. 2020;1:62—66. (in Russian).
6. Chesnokov A.A. K Teorii i Raschetu Elektromagnitnykh Kolebaniy. Elektrichestvo. 1961;12:37—40. (in Russian).
7. Chowdhury S.H., Tilliakhoev M., Ullah Md.S. An Analysis on Electromagnetic Vibro-exciter Fed by Non-linear Power, controlled by Velocity Transducer. J. Electrical Eng. 1996;24;1:1—7.
8. Ismailov Z.I., Khalilov I.A., Ismailov A.Z. Issledovanie Dvukhtaktnogo Vibrovoboditelya v Vynuzhdennom Rezhime. Uzbekskiy Zhurnal Problem Informatiki i Energetiki. 2017;1:58—62. (in Russian).
9. Nazarov A.I., Ibadullaev M.I., Tillyakhodzhaev M.M. Strukturnaya Skhema Elektromagnitnogo Vibrovoboditelya s Amplitudno-chastotnym Upravleniem. Zhurnal Problem Energo- i Resursosberezheniya. 2016; 3—4:55—59. (in Russian).
10. Antipov V.I., Efremenkov E.E. Asimptoticheskiy Metody v Teorii Nelineynykh Kolebaniy. M.: Nauka, 2008. (in Russian).
11. Shchegolev S.A. Metod Malogo Parametra A. Puanakare v Teorii Nelineynykh Kolebaniy. Odessa: Izd-vo Odesskogo Natsional'nogo Un-ta im. I.I. Mechnikova, 2015. (in Russian).
12. Tillyakhodzhaev M.M., Ibadullaev M.I., Nuraliev A.K. Sintez Dvukhtaktnogo Elektromagnitnogo Vibrovoboditelya, Vypolnennogo po Differential'noy Skheme. Vestnik TashGTU. 2003;4:57—60. (in Russian).

**Есенбеков Азамат Жолдасбаевич** — старший преподаватель кафедры электроэнергетики Каракалпакского государственного университета, Узбекистан

**Назаров Алишер Имомназарович** — магистрант 2 курса кафедры электрических машин Ташкентского государственного технического университета имени Ислама Каримова, Узбекистан

**Information about authors:**

**Ibadullaev Mukhtor I.** — Dr.Sci. (Techn.), Professor of Electrical Engineering Dept., Tashkent State Technical University Named After Islam Karimov, Uzbekistan, e-mail: ilider1987@yandex.com

**Nuraliev Almikhan K.** — Ph.D. (Techn.), Assistant Professor of Electrical Engineering Dept., Tashkent State Technical University Named After Islam Karimov, Uzbekistan

**Esenbekov Azamat Zh.** — Senior Lecturer of Electric Power Engineering Dept., Karakalpak State University, Uzbekistan

**Nazarov Alisher I.** — 2<sup>nd</sup> year Master's student of Electrical Machines Dept., Tashkent State Technical University Named After Islam Karimov, Uzbekistan

**Конфликт интересов:** авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов

**Conflict of interests:** the authors declare no conflict of interest

**Статья поступила в редакцию:** 17.08.2020

**The article received to the editor:** 17.08.2020