

УДК 621.3

DOI: 10.24160/1993-6982-2021-1-62-69

Машинный расчет несимметричных режимов трехфазных цепей с динамической нагрузкой

Т.А. Васьковская, М.П. Жохова, К.С. Рослова

Предложен новый подход к расчету трехфазных цепей в фазных координатах при несимметричных и аварийных режимах, предполагающий упрощение ввода информации о трехфазной цепи при программной реализации машинного расчета. Схемы замещения трехфазных генераторов, линий, статических и динамических нагрузок объединены и рассмотрены в обобщенном виде. При таком представлении работа со схемой трехфазной цепи существенным образом упрощается даже при наличии несимметричных нагрузок, нескольких аварийных участков и управляющих связей в схемах замещения электрических машин. Предложена маркировка узлов трехфазной цепи с разделением трехфазных и однофазных участков. Топологический список, составляемый для машинного расчета токов и напряжений в схеме, формируется для трехфазных ветвей в обобщенном виде. Он компактен и сохраняет наглядное представление о схеме трехфазной цепи.

Показана аналогия базовых уравнений электротехники, составленных для трехфазных и однофазных ветвей электрических цепей. Так, напряжения и токи трехфазного элемента связаны уравнениями, аналогичными обобщенному закону Ома, а первый закон Кирхгофа выполнен для трехфазных узлов и имеет такую же запись, как и в однофазных цепях. Продемонстрирована аналогия формирования матрицы соединений и узловых уравнений. Элементами матриц соединений и узловых проводимостей трехфазной цепи являются подматрицы размерностей 3×3 , 1×3 или 1×1 в зависимости от маркировки узла. Последующее формирование узловых уравнений для расчета в фазных координатах проходит по стандартной процедуре, как и в однофазных цепях. При расчете аварийных режимов предложено сохранить простоту и наглядность подхода, представляя аварийный участок цепи в виде соответствующей ветви, встраиваемой в трехфазную цепь. Разработанный подход наглядно подтвержден расчетом несимметричных и аварийных режимов сложной трехфазной несимметричной цепи с двумя синхронными генераторами, одной динамической и одной статической нагрузками. Расчет выполнен для четырехпроводной и трехпроводной трехфазных цепей.

Ключевые слова: трехфазная цепь, фазные координаты, статическая и динамическая нагрузки, несимметричный и аварийный режимы.

Для цитирования: Васьковская Т.А., Жохова М.П., Рослова К.С. Машинный расчет несимметричных режимов трехфазных цепей с динамической нагрузкой // Вестник МЭИ. 2021. № 1. С. 62—69. DOI: 10.24160/1993-6982-2021-1-62-69.

Computer-Aided Analysis of Unbalanced Operating Conditions in Three-Phase Circuits Containing a Dynamic Load

T.A. Vaskovskaya, M.P. Zhokhova, K.S. Roslova

A new approach to analyzing three-phase circuits in the phase coordinates under unbalanced normal and emergency operating conditions is proposed, in which the information about the three-phase circuit to be analyzed by means of software is entered in a simplified manner. The equivalent circuits of three-phase generators, power lines, and static and dynamic loads are aggregated and considered in a generalized form. With such presentation, the work with a three-phase circuit diagram is significantly simplified even if it contains unbalanced loads, a few faulty sections,

and control links in the equivalent circuits of electrical machines. The labeling of three-phase circuit nodes is proposed that allows three-phase and single-phase parts of the circuit to be distinguished. The topologic list of branches intended for computer-aided calculations of currents and voltages and currents is compiled for three-phase branches in a generalized form. The obtained list is compact and retains a clear representation of the three-phase circuit. The analogy between the basic electrical equations written for electrical circuit three-phase and single-phase branches is shown. Thus, the voltages and currents in a three-phase element are interrelated by equations similar to the generalized Ohm's law, while Kirchhoff's current law is written for three-phase nodes and has the same form as for single-phase circuits. The analogy of drawing up the incidence matrix and the matrix of nodal equations is shown. Submatrices of dimensions 3×3 , 1×3 , or 1×1 depending on the node label appear as entries in the incidence matrices and nodal admittance matrices of a three-phase circuit. The nodal equations used for carrying out the subsequent analysis of the circuit in the phase coordinates are written in a standard way as in single-phase circuits. In analyzing emergency operating conditions, it is proposed to keep the simplicity and clarity of the approach by representing the circuit faulty section of as a corresponding branch embedded into the three-phase circuit. The developed approach is illustrated by calculation of unbalanced and emergency operating conditions in a complex three-phase unbalanced circuit containing two synchronous generators, one dynamic load, and one static load. The calculation has been carried for four- and three-wire three-phase circuits.

Key words: three-phase circuit, phase coordinates, static load, dynamic load, unbalanced and emergency operating conditions.

For citation: Vaskovskaya T.A., Zhokhova M.P., Roslova K.S. Computer-Aided Analysis of Unbalanced Operating Conditions in Three-Phase Circuits Containing a Dynamic Load. Bulletin of MPEI. 2021;1:62—69. (in Russian). DOI: 10.24160/1993-6982-2021-1-62-69.

Введение

Классическим для расчета трехфазных цепей в аварийных режимах с динамической нагрузкой является предложенный Фортескью метод симметричных составляющих, разработанный при изучении свойств синхронных генераторов, однофазных и многофазных электродвигателей и фазовых компенсаторов при несимметричных напряжениях, включающий подробный алгоритм применения метода симметричных составляющих для расчета трехфазных цепей в несимметричных режимах и порядок определения сопротивлений различных последовательностей для электрических машин и линий электропередачи. При определенных допущениях (фазной симметрии и линейности элементов) можно построить математические модели симметричных составляющих как отдельных элементов, так и всей трехфазной системы.

Метод симметричных составляющих не ориентирован на решение задач большой размерности при наличии многократных коротких замыканий (КЗ) и требует тщательной экспертной подготовки к расчету. В таком случае, несмотря на увеличенную втрое размерность, вычисление трехфазной цепи проходит в фазных координатах. Описание цепи в фазных координатах основано на фактическом пофазном соединении элементов цепи с указанием управляющих связей.

В [1 — 6] предложены системные схемы замещения синхронных генераторов, асинхронных двигателей и трансформаторов в фазных координатах. Трехфазные элементы смоделированы эквивалентными многофазными четырехполюсниками с уравнениями в H -виде [7].

В [8] рассмотрены формы записи соотношений между токами и напряжениями трехфазных генераторов и трансформаторов в фазных координатах. Фазные токи подобных элементов связаны с фазными напряжениями уравнениями с полностью заполненной несимметричной матрицей проводимостей. Приведена машинная реализация расчета трехфазных цепей методом узловых потенциалов в фазных координатах. В ней топологический список ветвей содержит от трех

до шести начальных и конечных узлов. Из-за сквозной нумерации узлов исчезает наглядность работы со схемой.

В [8 — 11] даны методы расчета несимметричных установившихся режимов электроэнергетических систем в фазных координатах. В частности, в [8] использована блочная структура матрицы узловых проводимостей, в которой каждый узел расщеплен на три фазы, а в [10] акцент сделан на покомпонентное моделирование электрической сети и составление матрицы сопротивлений простейшего трехфазного элемента цепи.

Цель настоящей статьи — упростить описание трехфазных цепей в фазных координатах, представив сложные трехфазные элементы и аварийные участки цепи в обобщенном виде и записав уравнения для трехфазных цепей в привычном при расчете однофазных электрических цепей виде.

Предложена технология универсального описания трехфазной цепи для последующего формирования узловых уравнений и машинного расчета в фазных координатах.

Аналогия математического описания и формирования уравнений трехфазных и однофазных цепей.

Машинный расчет трехфазных электрических цепей в фазных координатах

На примере трехфазной цепи (рис. 1) рассмотрим предложенный подход к описанию трехфазных цепей для последующего вычисления методом узловых потенциалов в фазных координатах.

При формировании списка ветвей без учета особенностей трехфазной цепи имеем тринадцать узлов и девятнадцать ветвей. Стандартное перечисление ветвей с параметрами дано в табл. 1. Учет управляющих связей в генераторах, двигателях и линиях электропередачи следует дополнить списком управляемых источников.

Используя известную структуру трехфазных цепей, сократим ее формальное описание.

В наиболее распространенном виде трехфазная цепь содержит шестиполусные элементы. Взаимос-

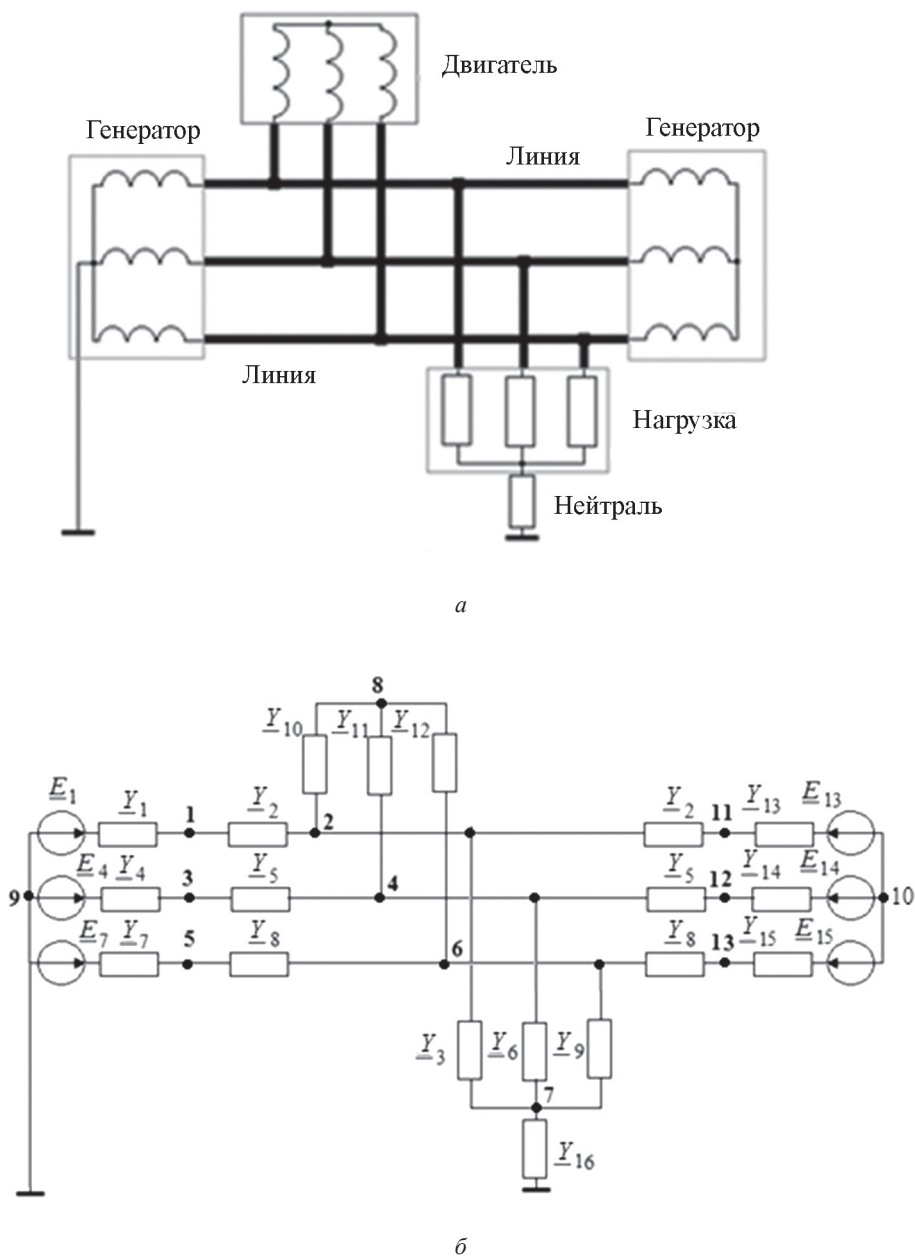


Рис. 1. Трехфазная цепь (а) и ее схемное представление (б).

Таблица 1

Перечисление ветвей и их параметров

Номер	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
НУ	9	1	11	10	9	5	12	10	9	5	13	10	2	4	11	7	2	4	6
КУ	1	2	2	11	5	6	4	12	5	6	6	13	7	7	7	9	8	8	8
\underline{Y}	\underline{Y}_1	\underline{Y}_2	\underline{Y}_2	\underline{Y}_{13}	\underline{Y}_4	\underline{Y}_5	\underline{Y}_5	\underline{Y}_{14}	\underline{Y}_7	\underline{Y}_8	\underline{Y}_8	\underline{Y}_{15}	\underline{Y}_3	\underline{Y}_6	\underline{Y}_9	\underline{Y}_{16}	\underline{Y}_{10}	\underline{Y}_{11}	\underline{Y}_{12}
\underline{E}	\underline{E}_1	0	0	\underline{E}_{13}	\underline{E}_4	0	0	\underline{E}_{14}	\underline{E}_7	0	0	\underline{E}_{15}	0	0	0	0	0	0	0

Примечание: НУ, КУ — начальный и конечный узлы; \underline{Y} , \underline{E} — проводимость и ЭДС ветви

вязь между фазными напряжениями $\underline{U}_a, \underline{U}_b, \underline{U}_c$ и фазными токами $\underline{I}_a, \underline{I}_b, \underline{I}_c$ в них записывается как

$$\mathbf{I}_{abc} = \mathbf{Y}_{abc} \mathbf{U}_{abc} + \mathbf{Y}_{abc} \mathbf{E}_{abc}, \quad (1)$$

где $\mathbf{I}_{abc}, \mathbf{U}_{abc}, \mathbf{E}_{abc}$ — вектор-столбцы фазных токов, напряжений и ЭДС; \mathbf{Y}_{abc} — матрица фазных проводимостей.

Для статической нагрузки матрица проводимостей \mathbf{Y}_{abc} диагональна:

$$\mathbf{Y}_{abc} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_a & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Y}_b & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Y}_c \end{bmatrix},$$

тогда как для динамической нагрузки — полностью заполнена:

$$\mathbf{Y}_{abc} = \mathbf{S} \mathbf{Y}_{012} \mathbf{S}^{-1},$$

где $\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}; \mathbf{Y}_{012} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_0 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Y}_1 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Y}_2 \end{bmatrix}.$

Сделаем топологический список ветвей более компактным, для этого представим трехфазный элемент в обобщенном виде. Каждому трехфазному элементу поставим в соответствие два трехфазных узла, обозначив начальный узел (НУ) за один узел m , а конечный узел (КУ) за один узел n (рис. 2). Тогда в качестве описания элемента на графе схемы и в топологическом списке достаточно указать только пару узлов m, n (табл. 2) и их принадлежность к трехфазному участку цепи. В наиболее общем случае параметрами трехфазного элемента являются фазные ЭДС, фазные комплексные сопротивления (проводимости) прямой, обратной и нулевой последовательностей, комплексные сопротивления (проводимости) для статических нагрузок.

При подобном описании трехфазных элементов исходная схема содержит шесть узлов, она наглядна и компактна (рис. 3). Для обозначения различных типов узлов использована следующая маркировка: N_0 — базисный узел генератора; L_3 — трехфазные узлы; N — нейтраль нагрузок.

Топологический список трехфазной цепи представлен в табл. 3 и имеет минимальное и наглядное представление при любом виде несимметрий и их количестве.

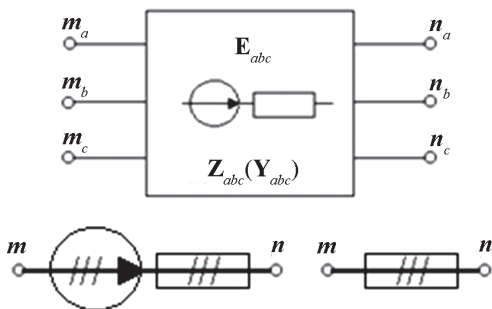


Рис. 2. Макроэлемент трехфазной цепи

Предложенное описание трехфазной цепи позволяет формировать узловые уравнения для нее по аналогии с однофазными цепями. В процессе создания матрицы узловых проводимостей и вектора узловых токов заполняются поэлементно в результате прохождения по элементам топологического списка. Если для однофазной цепи на каждом шаге добавляются проводимость и эквивалентный ток источника рассматриваемого элемента

$$\mathbf{Y}^{(i)} = \mathbf{Y}^{(i-1)} + \begin{bmatrix} \vdots & \vdots \\ \cdots & \underline{Y}_i & \cdots & -\underline{Y}_i & \cdots \\ \vdots & \vdots \\ \cdots & -\underline{Y}_i & \cdots & \underline{Y}_i & \cdots \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{J}^{(i)} = \mathbf{J}^{(i-1)} + \begin{bmatrix} \vdots \\ -\underline{Y}_i \underline{E}_i \\ \vdots \\ \underline{Y}_i \underline{E}_i \\ \vdots \end{bmatrix},$$

то по аналогии для трехфазных цепей добавляются компонентные матрицы проводимости и эквивалентного тока источника:

$$\mathbf{Y}^{(i)} = \mathbf{Y}^{(i-1)} + \begin{bmatrix} \vdots & \vdots \\ \cdots & \mathbf{Y}_i & \cdots & -\mathbf{Y}_i & \cdots \\ \vdots & \vdots \\ \cdots & -\mathbf{Y}_i & \cdots & \mathbf{Y}_i & \cdots \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix};$$

Таблица 2

Компактный топологический список ветвей

НУ	m
КУ	n
Проводимости (сопротивления)	$\underline{Y}_0(\underline{Z}_0)$ или $\underline{Y}_a(\underline{Z}_a)$
	$\underline{Y}_1(\underline{Z}_1)$ или $\underline{Y}_b(\underline{Z}_b)$
	$\underline{Y}_2(\underline{Z}_2)$ или $\underline{Y}_c(\underline{Z}_c)$
Фазные ЭДС	\underline{E}_a
	\underline{E}_b
	\underline{E}_c

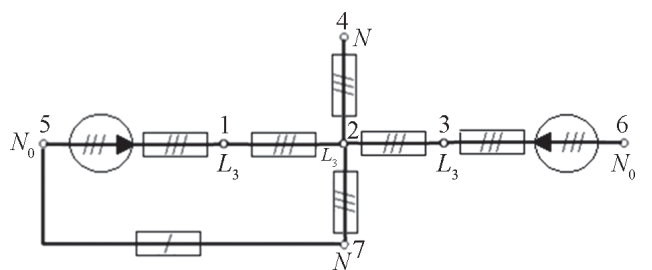


Рис. 3. Представление трехфазной цепи с использованием макроэлементов

$$\mathbf{J}^{(i)} = \mathbf{J}^{(i-1)} + \begin{pmatrix} \vdots \\ -\mathbf{Y}_i \mathbf{E}_i \\ \vdots \\ \mathbf{Y}_i \mathbf{E}_i \\ \vdots \end{pmatrix}.$$

Введем для трехфазной цепи матрицу соединений, составленную по табл. 3 стандартным способом:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Каждый ее элемент представляет собой подматрицу. Единицы образованы единичными матрицами размерностью 3×3, 1×3 для узлов с типом L_3 и 1×1 для узлов с типом N . Нулевые элементы созданы матрицами размерностями 1×1, 3×1, 1×3 и 3×3. Связь между фазными напряжениями и узловыми потенциалами представлена в виде:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{U}_{abc\ 5-1} \\ \mathbf{U}_{abc\ 1-2} \\ \mathbf{U}_{abc\ 3-2} \\ \mathbf{U}_{abc\ 6-3} \\ \mathbf{U}_{abc\ 2-4} \\ \mathbf{U}_{abc\ 2-7} \\ \mathbf{U}_{abc\ 7-5} \end{pmatrix} = \mathbf{A}^T \begin{pmatrix} \Phi_{abc1} \\ \Phi_{abc2} \\ \Phi_{abc3} \\ \Phi_{abc4} \\ \Phi_{abc5} \\ \Phi_{abc6} \\ \Phi_{abc7} \end{pmatrix}.$$

Выполняется первый закон Кирхгофа для токов ветвей трехфазной цепи:

$$\mathbf{A} [\mathbf{I}_{abc5-1} \ \mathbf{I}_{abc1-2} \ \mathbf{I}_{abc3-2} \ \mathbf{I}_{abc6-3} \ \mathbf{I}_{abc2-4} \ \mathbf{I}_{abc2-7} \ \mathbf{I}_{abc7-5}]^T = \mathbf{0}.$$

Если собрать блочно-диагональную матрицу проводимостей из матриц проводимостей элементов:

$$\mathbf{Y}_k = \text{diag} [\mathbf{Y}_{abc5-1} \ \mathbf{Y}_{abc1-2} \ \mathbf{Y}_{abc3-2} \ \mathbf{Y}_{abc6-3} \ \mathbf{Y}_{abc2-4} \ \mathbf{Y}_{abc2-7} \ \mathbf{Y}_{abc7-5}],$$

где операция *diag* формирует блочно-диагональную матрицу из соответствующих матриц, то из узловых уравнений и обобщенного закона Ома (1) следует формула расчета токов в трехфазных и однофазных участках трехфазной цепи:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{I}_{abc\ 5-1} \\ \mathbf{I}_{abc\ 1-2} \\ \mathbf{I}_{abc\ 3-2} \\ \mathbf{I}_{abc\ 6-3} \\ \mathbf{I}_{abc\ 2-4} \\ \mathbf{I}_{abc\ 2-7} \\ \mathbf{I}_{abc\ 7-5} \end{pmatrix} = \mathbf{Y}_k \begin{pmatrix} \mathbf{U}_{abc\ 5-1} \\ \mathbf{U}_{abc\ 1-2} \\ \mathbf{U}_{abc\ 3-2} \\ \mathbf{U}_{abc\ 6-3} \\ \mathbf{U}_{abc\ 2-4} \\ \mathbf{U}_{abc\ 2-7} \\ \mathbf{U}_{abc\ 7-5} \end{pmatrix} + \mathbf{Y}_k \begin{pmatrix} \mathbf{E}_{abc\ 5-1} \\ 0 \\ 0 \\ \mathbf{E}_{abc\ 6-3} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Отметим, что узловые уравнения также вытекают из первого закона Кирхгофа и обобщенного закона Ома:

$$\mathbf{A} \mathbf{Y}_k \mathbf{A}^T \begin{pmatrix} \Phi_{abc1} \\ \Phi_{abc2} \\ \Phi_{abc3} \\ \Phi_{abc4} \\ \Phi_{abc5} \\ \Phi_{abc6} \\ \Phi_{abc7} \end{pmatrix} = -\mathbf{A} \mathbf{Y}_k \begin{pmatrix} \mathbf{Y}_{abc\ 5-1} \mathbf{E}_{abc\ 5-1} \\ 0 \\ 0 \\ \mathbf{Y}_{abc\ 6-3} \mathbf{E}_{abc\ 6-3} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, приведенные формулы записываются одинаково как для однофазной, так и для трехфазной цепи.

Электрическая цепь может содержать трехфазные элементы с соединением фаз треугольником. В этом случае ветвь с подобным элементом будет подключена только к одному трехфазному узлу цепи. Вклад ветви в матрицах узловых проводимостей и соединений также представлен подматрицей размерностью 3×3 с тем отличием, что расположение подматрицы определено только одним узлом с номером m :

Таблица 3

Топологический список трехфазной цепи

НУ	Тип НУ	КУ	Тип КУ	Сопротивления			Фазные ЭДС		
5	N_0	1	L_3	Z_{0r}	Z_{1r}	Z_{2r}	E_a	E_b	E_c
1	L_3	2	L_3	$Z_{0л}$	$Z_{1л}$	$Z_{2л}$	0	0	0
3	L_3	2	L_3	$Z_{0л}$	$Z_{1л}$	$Z_{2л}$	0	0	0
6	N_0	3	L_3	Z_{0r}	Z_{1r}	Z_{2r}	E_a	E_b	E_c
2	L_3	4	N	$Z_{0л}$	$Z_{1л}$	$Z_{2л}$	0	0	0
2	L_3	3	N	$Z_{на}$	Z_{nb}	Z_{nc}	0	0	0
7	N	5	N_0	Z_N			0	0	0

$$\begin{aligned}
 \mathbf{Y}^{(i)} &= \mathbf{Y}^{(i-1)} + m \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \mathbf{Y}_i^\Delta & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}; \\
 \mathbf{J}^{(i)} &= \mathbf{J}^{(i-1)} + m \begin{pmatrix} \dots \\ \mathbf{Y}_i^\Delta \mathbf{E}_i^\Delta \\ \dots \end{pmatrix}; \\
 \mathbf{A} &= m \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & 1 & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

Анализируя аварийные режимы, введем новый элемент трехфазной цепи, моделирующий аварию. Для сохранения универсальности подхода при расчете трехфазной цепи методом узловых потенциалов любой элемент должен быть шестиполюсником и описываться 3×3 матрицей проводимостей. В шестиполюсниках, моделирующих аварийный участок, разомкнутый участок цепи можно представить нулевой, а замкнутый — достаточно высокой проводимостями (рис. 4). Проводимость короткозамкнутого участка рекомендуется брать реактивной. Для аварийных участков, изображенных на рис. 4, матрица проводимостей составлена следующим образом:

$$\mathbf{Y}_{abc} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Y}_{кз} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Y}_{кз} \end{bmatrix},$$

где $\underline{Y}_{кз}$, \underline{Y}_{xx} — моделируемые проводимости короткозамкнутого (КЗ) и разомкнутого (ХХ) участков.

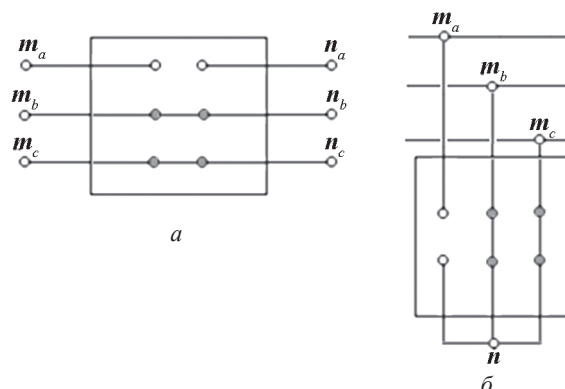


Рис. 4. Модель аварийного участка:

a — обрыв фазного провода; *b* — короткое замыкание между фазами

Данный подход легко реализуем и позволяет рассчитывать аварийные режимы (множественные короткие замыкания и обрывы) любой сложности.

Проведем расчет токов и напряжений трехфазной цепи на рис. 1.

Параметры элементов.

Генераторы: $E_\phi = 210$ В (рис. 1, *a*, слева), $E_{\phi 2} = 55$ В (рис. 1, *a*, справа), $Z_{r1} = j3$ Ом, $Z_{r2} = j2$ Ом, $Z_{r0} = j0,5$ Ом.

Линия: $Z_{л1} = Z_{л2} = j0,5$ Ом, $Z_{л0} = j0,75$ Ом.

Двигатель: $Z_{д1} = j4$ Ом, $Z_{д2} = j1$ Ом, $Z_{д0} = j0,5$ Ом.

Несимметричная нагрузка: $Z_a = 2$ Ом, $Z_b = 4$ Ом, $Z_c = 6$ Ом.

Рассмотрим варианты с неидеальной нейтралью $Z_N = j1$ Ом, отсутствием нейтрали и нейтралью $Z_N = j1$ Ом и обрывом фазы *A* в конце линии со стороны генератора с $E_\phi = 210$ В.

Решение данной задачи при несимметрии в статической нагрузке методами симметричных составляющих

Таблица 4

Рассчитанные фазные токи и ток в нейтрали

Токи		Нейтраль $Z_N = j1$ Ом	Отсутствие нейтрали	Нейтраль $Z_N = j1$ Ом, обрыв фазы <i>A</i>
Фазные токи генератора $E_\phi = 210$ В (<i>A</i>)	<i>A</i>	42,27 $\angle -63,96^\circ$	37,44 $\angle -75,6^\circ$	0
	<i>B</i>	31,01 $\angle -158,2^\circ$	38,36 $\angle 160,7^\circ$	62,94 $\angle -175,35^\circ$
	<i>C</i>	41,06 $\angle 33,99^\circ$	35,77 $\angle 41,26^\circ$	14,57 $\angle -7,16^\circ$
Фазные токи генератора $E_\phi = 55$ В (<i>A</i>)	<i>A</i>	12,99 $\angle 35,14^\circ$	12,29 $\angle 40,74^\circ$	3,14 $\angle -121,96^\circ$
	<i>B</i>	9,6 $\angle -80,27^\circ$	9,71 $\angle -77,22^\circ$	8,22 $\angle -20,48^\circ$
	<i>C</i>	12,4 $\angle 170,8^\circ$	11,55 $\angle 172,8^\circ$	8,19 $\angle 137,44^\circ$
Фазные токи двигателя (<i>A</i>)	<i>A</i>	23,5 $\angle -122,3^\circ$	23,43 $\angle -116,88^\circ$	7,31 $\angle -22,6^\circ$
	<i>B</i>	17,1 $\angle 134,9^\circ$	18,07 $\angle 133,53^\circ$	30,33 $\angle 161,4^\circ$
	<i>C</i>	25,81 $\angle 17,48^\circ$	24,32 $\angle 18,69^\circ$	23,04 $\angle -17,33^\circ$
Фазные токи нагрузки (<i>A</i>)	<i>A</i>	43,07 $\angle -14,3^\circ$	30,13 $\angle -14,11^\circ$	8,42 $\angle 179,01^\circ$
	<i>B</i>	18,14 $\angle -146,37^\circ$	23,77 $\angle -155,4^\circ$	31,67 $\angle -146,03^\circ$
	<i>C</i>	17,42 $\angle 99,31^\circ$	18,84 $\angle 113,81^\circ$	17,21 $\angle 142,03^\circ$
Ток в нейтрали (<i>A</i>)		24,06 $\angle -8,36^\circ$	—	48,77 $\angle -171,84^\circ$

щих или системных схем замещения затруднительно, поскольку требует тщательной предварительной подготовки. Наличие дополнительных аварий многократно усложняет решение. Использование предложенного компактного описания трехфазной цепи топологическим списком и последующее формирование узловых уравнений для расчета в фазных координатах настолько упрощает решение, что подводит ее к уровню студенческой типовой задачи.

Рассчитанные токи в источниках и потребителей сведены в табл. 4. Проверка выполнения уравнений, составленных по законам Кирхгофа, подтверждает корректность и эффективность предлагаемого подхода.

Заключение

Показано, что переход от схем замещения элементов трехфазных электрических цепей к их обобщенному представлению существенно упрощает анализ сложных

трехфазных цепей, делает компактным ее описание и обеспечивает наглядность работы со схемой.

Предложенная технология расчета несимметричных режимов трехфазной цепи ориентирована на универсальный подход, позволяющий использовать математическое описание синхронных генераторов, линий, статической и динамической нагрузок, а также аварийных участков цепи как элементов обычных однофазных электрических цепей.

Продемонстрированы аналогии базовых уравнений электротехники, составленных для трехфазных участков цепей, и уравнений в однофазных цепях, формирования матрицы соединений и узловых уравнений. При использовании предложенного математического описания последующая программная реализация с формированием узловых уравнений в фазных координатах проста и эффективна для расчета трехфазных цепей со множественными несимметричными и аварийными участками.

Литература

1. **Практикум** по ТОЭ. Ч. 1 / под ред. М.А. Шакирова. СПб.: Изд-во Санкт-Петербургского политех. ун-та, 2006. С. 252.
2. **Шакиров М.А., Медведев К.А.** Построение системных Y -схем замещения синхронных генераторов прямым учетом их свойств невзаимности // Высокие интеллектуальные технологии и инновации в национальных исследовательских университетах: Материалы Междунар. науч.-метод. конф. СПб.: Изд-во Санкт-Петербургского политех. ун-та, 2014. С. 72—75.
3. **Гусейнов А.М., Ибрагимов Ф.Ш.** Расчет в фазных координатах несимметричных установившихся и переходных режимов в сложных электроэнергетических системах // Электричество. 2012. № 5. С. 10—17.
4. **Гусейнов А.М., Ибрагимов Ф.Ш.** Расчет в фазных координатах несимметричных установившихся и переходных режимов в сложных электроэнергетических системах // Электричество. 2012. № 7. С. 23—34.
5. **Chen T.H. e. a.** Three-phase Cogenerator and Transformer Models for Distribution System Analysis // IEEE Trans. Power Delivery. 1991. V. 6. No. 4. Pp. 1671—1681.
6. **Jereminov M. e. a.** An Equivalent Circuit Formulation for Three-phase Power Flow Analysis of Distribution Systems // Proc. Transmission and Distribution Conf. and Exposition. 2016. Pp. 1—5.
7. **Солдатов В.А., Попов Н.М.** Моделирование сложных видов несимметрии в распределительных сетях 10 кВ методом фазных координат // Электротехника. 2003. № 10. С. 35—39.
8. **Teng J.-H.** A Network-topology-based Three-phase Load Flow for Distribution Systems // Proc. National Sci. Council ROC (A). 2000. V. 24. No. 4. Pp. 259—264.

References

1. **Praktikum** po TOE. Ch. 1. Pod Red. M.A. Shakirova. SPB.: Izd-vo Sankt-Peterburgskogo Politekh. Un-ta, 2006:252. (in Russian).
2. **Shakirov M.A., Medvedev K.A.** Postroenie Sistemnykh Y -skhem Zameshcheniya Sinkhronnykh Generatorov Pryamym Uchetom ikh Svoystv Nevzaimnosti. Vysokie Intellektual'nye Tekhnologii i Innovatsii v Natsional'nykh Issledovatel'skikh Universitetakh: Materialy Mezhdunar. Nauch.-metod. Konf. SPB.: Izd-vo Sankt-Peterburgskogo Politekh. Un-ta, 2014:72—75. (in Russian).
3. **Guseynov A.M., Ibragimov F.Sh.** Raschet v Faznykh Koordinatakh Nesimmetrichnykh Ustanovivshikhysya i Perekhodnykh Rezhimov v Slozhnykh Elektroenergeticheskikh Sistemakh. Elektrichestvo. 2012;5: 10—17. (in Russian).
4. **Guseynov A.M., Ibragimov F.Sh.** Raschet v Faznykh Koordinatakh Nesimmetrichnykh Ustanovivshikhysya i Perekhodnykh Rezhimov v Slozhnykh Elektroenergeticheskikh Sistemakh. Elektrichestvo. 2012;7: 23—34. (in Russian).
5. **Chen T.H. e. a.** Three-phase Cogenerator and Transformer Models for Distribution System Analysis. IEEE Trans. Power Delivery. 1991;6;4:1671—1681.
6. **Jereminov M. e. a.** An Equivalent Circuit Formulation for Three-phase Power Flow Analysis of Distribution Systems. Proc. Transmission and Distribution Conf. and Exposition. 2016:1—5.
7. **Soldatov V.A., Popov N.M.** Modelirovanie Slozhnykh Vidov Nesimetrii v Raspredelitel'nykh Setyakh 10 kV Metodod Faznykh Koordinat. Elektrotehnika. 2003;10:35—39. (in Russian).
8. **Teng J.-H.** A Network-topology-based Three-phase Load Flow for Distribution Systems // Proc. National Sci. Council ROC (A). 2000;24;4:259—264.

9. Garcia P.A.N. e. a. Three-phase Power Flow Calculations Using the Current Injection Method // IEEE Trans. Power Syst. 2000. V. 15. No. 2. Pp. 508—514.

10. Monfared M., Daryani A.M., Abedi M. Three-phase Asymmetrical Load Flow for Four-wire distribution Networks // Proc. IEEE PES Power Syst. Conf. and Exposition. 2006. Pp. 1899—1903.

11. De Vas Gunawardena A.P.S.G. e. a. Three-phase Asymmetrical Power Flow Algorithm using Current Injection Technique // IEEE Electrical Eng. Conf. 2016. Pp. 37—42.

9. Garcia P.A.N. e. a. Three-phase Power Flow Calculations Using the Current Injection Method. IEEE Trans. Power Syst. 2000;15;2:508—514.

10. Monfared M., Daryani A.M., Abedi M. Three-phase Asymmetrical Load Flow for Four-wire distribution Networks. Proc. IEEE PES Power Syst. Conf. and Exposition. 2006:1899—1903.

11. De Vas Gunawardena A.P.S.G. e. a. Three-phase Asymmetrical Power Flow Algorithm using Current Injection Technique. IEEE Electrical Eng. Conf. 2016: 37—42.

Сведения об авторах:

Васьковская Татьяна Александровна — доктор технических наук, доцент кафедры теоретических основ электротехники НИУ «МЭИ», e-mail: tatiana.vaskovskaya@gmail.com

Жохова Марина Павловна — кандидат технических наук, доцент кафедры теоретических основ электротехники НИУ «МЭИ», e-mail: ZhokhovaMP@mail.ru

Рослова Кристина Сергеевна — студент кафедры релейной защиты и автоматизации энергосистем НИУ «МЭИ», e-mail: RoslovaKS@mpei.ru

Information about authors:

Vaskovskaya Tatyana A. — Dr.Sci. (Techn.), Assistant Professor of Theoretical Fundamentals of Electrical Engineering Dept., NRU MPEI, e-mail: tatiana.vaskovskaya@gmail.com

Zhokhova Marina P. — Ph.D. (Techn.), Assistant Professor of Theoretical Fundamentals of Electrical Engineering Dept., NRU MPEI, e-mail: ZhokhovaMP@mail.ru

Roslova Kristina S. — Student of Relay Protection and Automation of Energy Systems Dept., NRU MPEI, e-mail: RoslovaKS@mpei.ru

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов

Conflict of interests: the authors declare no conflict of interest

Статья поступила в редакцию: 01.03.2020

The article received to the editor: 01.03.2020