

---

# ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

---

## СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ (05.13.01)

УДК 004.855

DOI: 10.24160/1993-6982-2020-5-112-120

### Синтез базы правил нечеткой логической модели на основе задачи обучения с учителем

В.Н. Новиков

В настоящее время интеллектуально-информационные системы активно внедряются практически во все сферы производства. Из множества методов к построению подобных систем можно выделить два: с использованием экспертных знаний (к которым относится нечеткое моделирование) и машинного обучения с учителем, которые оценивают эти знания по доступным данным, размеченным в зависимости «объект–ответ». Каждый метод имеет свои существенные достоинства и недостатки. Приведена реализация совмещения обоих подходов для задачи классификации.

Метод обучения нечеткого классификатора включает в себя фазификацию входных признаков объектов, формирование условий логических правил для базы нечеткой модели и отбор наиболее характерных заключений правил с целью заполнения реляционной матрицы. Термы входных признаков и их функции принадлежности выступают в качестве гиперпараметров модели.

В качестве примера рассмотрена задача бинарной классификации в двумерном координатном пространстве при нелинейном распределении классов. Для каждой из координат найден набор термов и функций принадлежности, обеспечивший высокое качество классификации на обучающих и тестовых данных.

Нечеткий классификатор, обученный предложенным методом, способен решать задачи бинарной и мультиклассовой классификации. Он может применяться в ситуации, если возникли затруднения с априорным заданием базы правил, и, как выход, допускается обучение с учителем. Поскольку в его основе лежат логические правила, это обеспечивает прозрачность модели и позволяет объяснять выдаваемые ею результаты.

*Ключевые слова:* нечеткая логическая модель, нечеткий классификатор, классификация, база правил, обучение с учителем.

*Для цитирования:* Новиков В.Н. Синтез базы правил нечеткой логической модели на основе задачи обучения с учителем // Вестник МЭИ. 2020. № 5. С. 112—120. DOI: 10.24160/1993-6982-2020-5-112-120.

### Synthesis of a Fuzzy Logic Model Rule Base through Supervised Learning

V.N. Novikov

Intelligent information systems are at present actively incorporated in almost all industry fields. Out of many approaches to construction of such systems, the following two methods are worthy of noting: a method involving the use of expert knowledge, which include, in particular, fuzzy modeling), and a method of supervised machine learning, which estimate this knowledge from the available data marked depending on the object-response pairs. Each of these methods has its essential advantages and drawbacks. A combined use of both the approaches for solving the classification case is given.

The proposed method for training a fuzzy classifier includes fuzzification of the input features of objects, shaping of logical rule conditions for the fuzzy model rule base, and selection of the most typical rule conclusions for filling the relational matrix. The terms of input features and their membership functions behave as the fuzzy model hyperparameters.

As an example, the case of binary classification in a two-dimensional coordinate space with a nonlinear distribution of classes is considered. The sets of terms and membership functions ensuring high-quality classification on the training and test data have been found for each of the coordinates. The fuzzy classifier trained using the proposed method is able to solve a number of binary and multi-class classification cases. It can be applied in a situation involving difficulties in specifying an a priori rule base, and supervised learning is allowed to be used as a solution. Since the approach has logical rules at its heart, transparency of the model is ensured, and explanations to the results yielded by the model can be done.

*Key words:* fuzzy logic model, fuzzy classifier, classification, rule base, supervised learning.

*For citation:* Novikov V.N. Synthesis of a Fuzzy Logic Model Rule Base through Supervised Learning. Bulletin of MPEI. 2020;5: 112—120. (in Russian). DOI: 10.24160/1993-6982-2020-5-112-120.

## Введение

Интеллектуальные технологии — одно из самых инвестиционно привлекательных направлений. Они востребованы в медицине, транспорте, образовании, спорте, государственном управлении и т. д. Отдельно следует выделить их применение в области информационных и телекоммуникационных услуг, средствах распознавания объектов и сигналов разного рода, военно-промышленном комплексе, фундаментально-научных исследованиях макро- и микромира [1 — 5].

В программно-прикладном аспекте интеллектуально-информационные системы моделируют человеческие действия, рассуждения, принятие решений, например, на определенной стадии технологического или бизнес-процесса для последующего внедрения разработанной модели в процесс с целью его автоматизации.

Наиболее распространены методы обучения по прецедентам или методы машинного обучения. Если задачу можно отнести к задачам классификации или восстановления регрессии, то для ее решения применимы методы обучения с учителем (Supervised Machine Learning). Понятие «прецедент» здесь характеризуется парой или связкой понятий «объект–ответ» (в кибернетической терминологии — «стимул–реакция») [4, 6, 7].

В указанных понятиях задача обучения с учителем записывается следующим образом. Пусть  $X$  — признаковое пространство объектов,  $Y$  — пространство ответов. Дана доступная к работе и известная часть пар «объект–ответ»:  $X \in X$  и  $y \in Y$ . Имеется априорное экспертное знание (либо поставлена гипотеза), что существует закономерность или зависимость  $f$ , преобразующая  $X \rightarrow Y$ . Необходимо по доступным данным  $X$  и  $y$  найти модель  $f^*$  как наиболее близкую оценку закономерности  $f$  из имеющегося множества решений.

Аналитически решение задачи обучения с учителем, т. е. поиск подходящей модели  $f^*$ , сводится к решению оптимизационной задачи традиционными методами (например, градиентными) или подбором варианта решения (полным или случайным перебором). Крайне важна обобщающая способность (Generalization Ability, Generalization Performance) найденного решения: модель  $f^*$  должна быть оптимальна не только на доступных данных  $X$  и  $y$ , но и на произвольных парах «объект–ответ» из пространств  $X$  и  $Y$ .

Потеря моделью обобщающей способности ведет к ее переобучению (Overtraining, Overfitting).

Усложнение модели  $f^*$  с целью увеличения качества работы (актуально на данных сложной и неоднородной структуры) зачастую понижает ее прозрачность, которая наряду с качеством работы является одним из главных требований к ней. Модель  $f^*$  по сути превращается в «черный ящик», регулировать качество работы которого остается только подбором значений гиперпараметров.

Нечеткие логические модели работают по иной парадигме построения интеллектуальных моделей — на представлении и использовании экспертных знаний. Эксперт должен знать закономерность  $f$  и уметь ее задавать посредством базы правил [1, 3, 8]. База правил обеспечивает прозрачность нечеткой модели и позволяет объяснить выдаваемые ею результаты.

Главная проблема подобного подхода построения модели заключается в том, что экспертные знания часто недоступны, дороги, неполны или неточны, излишне конкретизированы и не масштабируемы в качестве решений даже на задачи из той же области. Формализация знаний в правила также вызывает затруднения. Помимо полноты, непротиворечивости и согласованности базы правил желательно, чтобы модель была робастной и устойчивой к шумам, ошибкам и особенностям в данных [1, 3, 8].

При решении указанных проблем оба подхода зачастую совмещаются в гибридные варианты, причем, как правило, рассматриваются довольно сложные и плохо интерпретируемые нейро-нечеткие и нейро-генетические модели [1, 3, 9 — 14].

Предложен вариант совмещения подходов, т. е. представление задачи синтеза множества правил нечеткой модели как задачи ее обучения на доступных данных. Особая значимость отведена роли эксперта: исходим из того, что всегда сможем задать по обучающей выборке описание признаков модели, определив им необходимый и достаточный набор термов и функций принадлежности (ФП).

## Алгоритм обучения нечеткой модели на выборке данных

Пусть требуется обучить нечеткую модель для задачи классификации, где выходной признак  $y$  прини-

мает конечное множество из  $Q$  значений меток классов  $y \in \{y^{(1)}, y^{(2)}, \dots, y^{(Q)}\}$  [4, 6]. Условимся, что в данных отсутствует, либо решена проблема дисбаланса классов, т. е. нет количественного преобладания объектов одного или нескольких классов над объектами остальных классов.

Дана обучающая выборка из  $M$  объектов  $X_{M \times N}$  и  $y_{M \times 1}$ . Алгоритм обучения на ней нечеткой модели выглядит следующим образом.

1. Пусть у каждого  $n$ -го входного признака известны его термы  $x_T^{(n)}$  и их ФП  $\mu_T^{(n)}(x^{(n)})$ :

$$\left\{ x_{T_1}^{(n)} | \mu_{T_1}^{(n)}(x^{(n)}), x_{T_2}^{(n)} | \mu_{T_2}^{(n)}(x^{(n)}), \dots, x_{T_{k_n}}^{(n)} | \mu_{T_{k_n}}^{(n)}(x^{(n)}) \right\},$$

где  $n = 1, 2, \dots, N$ ;  $k_n \in \{k_1, k_2, \dots, k_N\}$  — количество термов и ФП  $n$ -го признака.

Фазифицируем входные признаки. Для каждого элемента  $x_{mn} \in X_{M \times N}$  (значения  $n$ -го признака  $m$ -го объекта выборки) определим максимальные значения ФП

$$\mu_{T_{\max}}^{(mn)} = \max \left\{ \mu_{T_1}^{(n)}(x_{mn}), \mu_{T_2}^{(n)}(x_{mn}), \dots, \mu_{T_{k_n}}^{(n)}(x_{mn}) \right\}$$

и соответствующие им термы

$$\left\langle x_{T_{\max}}^{(mn)} | \mu_{T_{\max}}^{(mn)} \right\rangle$$

В качестве термина  $x_{T_{\max}}^{(mn)}$  получим лингвистическое описание (характеристику) значения элемента  $x_{mn}$ , причем в рамках, заданных множествами термов и их ФП.

2. Опишем каждый  $m$ -й объект выборки в виде нечеткого продукционного правила  $\rho_m$ :

$$\rho_1 : \text{ЕСЛИ } x^{(1)} = x_{T_{\max}}^{(11)} \text{ И...И } x^{(N)} = x_{T_{\max}}^{(1N)}, \text{ ТО } y = y^{(\rho_1)};$$

$$\rho_2 : \text{ЕСЛИ } x^{(1)} = x_{T_{\max}}^{(21)} \text{ И...И } x^{(N)} = x_{T_{\max}}^{(2N)}, \text{ ТО } y = y^{(\rho_2)};$$

...

$$\rho_M : \text{ЕСЛИ } x^{(1)} = x_{T_{\max}}^{(M1)} \text{ И...И } x^{(N)} = x_{T_{\max}}^{(MN)}, \text{ ТО } y = y^{(\rho_M)},$$

где  $y^{(\rho_1)}, y^{(\rho_2)}, \dots, y^{(\rho_M)}$  — значения выходного признака  $y$  из множества всех меток классов  $\{y^{(1)}, y^{(2)}, \dots, y^{(Q)}\}$ .

Значения ФП  $\mu_{T_{\max}}^{(mn)}$  являются степенями истинности каждого  $n$ -го подусловия в правиле  $\rho_m$ . Поскольку они объединены в условие оператором «И», агрегируем их посредством взятия минимума [1, 8, 15] и, таким образом, найдем степени истинности условия нечеткого правила  $\rho_m$ :

$$c_m = \min \left\{ \mu_{T_{\max}}^{(m1)}, \mu_{T_{\max}}^{(m2)}, \dots, \mu_{T_{\max}}^{(mN)} \right\}.$$

Степень истинности заключения  $y = y^{(\rho_m)}$  в задаче классификации равна единице и на значение  $c_m \in [0, 1]$  при включении в операцию агрегирования через взятие минимума она не влияет, поэтому будем считать  $c_m$  степенью истинности правила  $\rho_m$ .

3. Найдем в условиях правил  $\rho_m$ , где  $m = 1, 2, \dots, M$ ,  $P$  всех возможных сочетаний термов-подусловий, и зададим их как условия в правила для базы нечеткой модели  $R_1, R_2, \dots, R_P$ .

Чтобы определить для них заключения и, таким образом, задать базу правил полностью, сформируем реляционную матрицу  $R_{P \times Q}$  [1, 8]. Пусть ее элементам  $r_{pq}$  соответствуют множества  $C_{pq}$ , собранные из степеней истинности  $c_m$  по следующему принципу:

- по  $p$ -м строкам ( $c_m$  правил  $\rho_m$ , совпадающих по условию с правилом  $R_p$ , где  $p = 1, 2, \dots, P$ );

- по  $q$ -м столбцам ( $c_m$  правил  $\rho_m$ , разделенных по значениям их заключений  $y^{(\rho_m)} = y^{(q)}$ , где  $q = 1, 2, \dots, Q$ ).

4. Зададим алгоритм вычисления элементов  $r_{pq} \in [0, 1]$  с помощью множеств  $C_{pq}$ . Главная идея и цель алгоритма — найти для условия каждого правила  $R_p$  наиболее характерное заключение, т. е. значение нечеткой выходной переменной  $y$  как метку класса.

Пусть есть последовательное множество функций-статистик  $S$  над множествами  $C_{pq}$ , куда входят определение количества элементов множества, его максимум, медианы и среднего арифметического.

4.1. Для каждого правила  $R_p$ , где  $p = 1, 2, \dots, P$  инициализируем группу множеств  $\hat{C}_p = \{C_{p1}, C_{p2}, \dots, C_{pQ}\}$ , над которыми будут выполняться статистики из множества  $S$  (исходно включены все множества по  $p$ -ой строке матрицы  $R_{P \times Q}$ ).

4.2. Для каждой статистики  $s$ , где  $s \in S$  получим ее максимум во множествах группы  $\hat{C}_p$ :

$$s_p^{\max} = \max_{C_{pq} \in \hat{C}_p} s(C_{pq})$$

4.3. Для каждого  $q$ -го столбца, где  $q = 1, 2, \dots, Q$ , если относительная погрешность

$$\frac{s_p^{\max} - s(C_{pq})}{s_p^{\max}} 100\% \leq \delta,$$

не превышает заданный порог  $\delta$  только для одного множества  $C_{pq^*}$  (в столбце  $q^*$ ), заполним элементы  $p$ -й строки реляционной матрицы  $R_{P \times Q}$ :

$$r_{pq} = \begin{cases} 1, & q = q^*; \\ 0, & q \neq q^*, \end{cases}$$

после чего перейдем в п. 4.1 к следующей строке.

Если неравенство справедливо для нескольких множеств  $C_{pq}$ , оставим только их в группе  $\hat{C}_p$  и перейдем в п. 4.2 к следующей статистике.

На пустых множествах  $C_{pq} = \{\emptyset\}$  статистики принимают нулевые значения, вследствие чего соответствующие им элементы  $r_{pq}$  заполняются нулями.

Таким образом, база правил задана заполненной реляционной матрицей  $R_{P \times Q}$ . Как и требовалось в постановке задачи, нечеткий классификатор обучен на имеющихся данных  $X_{M \times N}$  и  $y_{M \times 1}$  по априорному экспертному описанию через набор термов и ФП.

Интерпретация алгоритма и предложенного множества статистик заключается в следующем. ФП разделя-

ют признаковое пространство на  $k_1 \cdot k_2 \cdot \dots \cdot k_N$   $N$ -мерных параллелепипедах, где  $k_1, k_2, \dots, k_N$  — количества термов и ФП для всех  $N$  входных признаков. Каждый параллелепипед соответствует одному из возможных сочетаний термов-подусловий, и из них  $P$  (отметим, что  $P \leq k_1 \cdot k_2 \cdot \dots \cdot k_N$ ) заполнено объектами  $Q$  классов. Алгоритм определяет наиболее характерный класс в параллелепипеде и запоминает его в строке реляционной матрицы, формируя при этом заключение нечеткого правила. По первой статистике находят класс с максимальным количеством объектов, однако если таких классов несколько, то среди них ищется тот, чьи объекты ближе к центру параллелепипеда. По следующим статистикам идет поиск класса объектов с самым близким к единице максимальным, а далее медианным и средним арифметическим значениями степени истинности. Классы, статистики которых максимальны, выделяют с относительной погрешностью  $\delta$ .

Приведенные статистики и их порядок во множестве  $S$  не принципиальны и могут быть иными. В общем случае они выступают гиперпараметрами нечеткой модели. Кроме того, элементы реляционной матрицы не обязательно делать только нулями и единицами, поскольку для некоторых задач следует рассматривать и вычисление промежуточных значений [8].

Классификация, как операция выдачи обученной моделью ответа объектам в виде меток их классов, проходит так [4, 6]:

- как в п. 1, фаззифицируем входные признаки объектов, используя тот же набор термов и ФП, а также значения термов в качестве подусловий для нечетких правил;
- найдем в базе правил модели правила  $R_p$  с получившимися условиями, и по каждому объекту дадим класс  $y^{(q^*)}$ , соответствующий максимальному элементу строки реляционной матрицы для его правила

$$q^* = \arg \max_{q=1,2,\dots,Q} \{r_{p1}, r_{p2}, \dots, r_{pQ}\}.$$

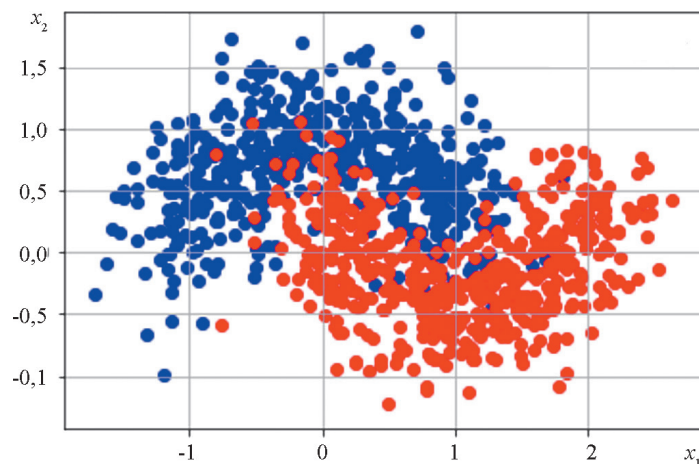


Рис. 1. Данные для задачи бинарной классификации:

● — класс 0; ● — класс 1

Если нечеткого правила с получившимся условием нет, выдается либо специальный ответ (например, нехарактерная метка класса, отсутствующая в  $\{y^{(1)}, y^{(2)}, \dots, y^{(Q)}\}$ , либо случайный или наиболее частый класс, выявленный на обучающей выборке. Тип ответа следует задавать как гиперпараметр модели. Подобные случаи гарантированно возникают при излишне подробном экспертном описании для нечеткой модели. Рост их числа свидетельствует о снижении обобщающей способности модели.

### Пример обучения нечеткого классификатора

Рассмотрим пример обучения нечеткой модели предложенным методом в задаче бинарной классификации.

С помощью функции `sklearn.datasets.makemoons` из Python-библиотеки Scikit-learn сгенерирована выборка, состоящая из 1000 точек в координатах  $x_1$  и  $x_2$  [16]. Диаграмма полученных точек приведена на рис. 1. Верхняя дуга (синие точки) соответствует классу 0, нижняя из красных точек — классу 1.

Исходная выборка разбита на обучающую и тестовую случайным образом в соотношении 2/3 к 1/3 с сохранением баланса классов.

Введем набор термов для описания значений координат точек из обучающей выборки, изучив их гистограммы, разбитые по классам 0 и 1, в качестве источника априорного знания:

- по координате  $x_1$ : «слева», «в центре слева», «в центре справа», «справа» —  $L_1, ЦЛ_1, ЦП_1, П_1$  (сокращенно);
- по координате  $x_2$ : «слева», «в центре», «справа» —  $L_2, Ц_2, П_2$ .

Подберем для указанных термов трапециевидные ФП (рис. 2) на основе предложенных в [1, 17, 18].

Термы и ФП выступают в качестве гиперпараметров и должны подбираться так, чтобы обучаемый на их основе нечеткий классификатор обеспечивал наилучшее качество классификации на обучающей и тестовой выборках.

ФП с рис. 2 разделяют двумерное координатное пространство на 12 прямоугольных областей (4 термина для  $x_1 \times 3$  термина для  $x_2$ ), каждая из которых соответствует одному из сочетаний термов-подусловий в условии нечеткого правила. Границы областей-прямоугольников — неоднозначные («нечеткие»), что легко визуализировать с помощью степеней истинности  $c_m$  (чем выше степень у точки, тем она темнее). На рисунке. 3, где представлено изображение всей исходной выборки, степени истинности нормированы.

При обучении алгоритмом, предлагаемым в статье, нечеткий классификатор будет запоминать наиболее характерный класс в каждой из областей, чтобы на ней выдавать его в качестве ответа. Покажем это на двух точках (с характерным и нехарактерным классами) в процессах обучения и работы классификатора.

Рассмотрим вклад в обучение классификатора точки  $A$  класса 0 из обучающей выборки с координатами

$x_1 = 0,4$  и  $x_2 = -0,25$ . Определим по указанным координатам значения ФП с рис. 2:

- по  $x_1$ :  $\{\langle L_1|0\rangle, \langle ЦЛ_1|0,92\rangle, \langle ЦП_1|0,7\rangle, \langle П_1|0\rangle\}$ ;
- по  $x_2$ :  $\{\langle L_2|0,5\rangle, \langle Ц_2|0,03\rangle, \langle П_2|0\rangle\}$ .

Максимальные значения ФП и соответствующие им термы выделены. С помощью них опишем точку нечетким продукционным правилом  $\rho_A$ : ЕСЛИ  $x_1 = ЦЛ_1$  И  $x_2 = Л_2$ , ТО  $y = 0$ .

Найдем степень истинности правила  $\rho_A$  через операцию взятия минимума по значениям ФП как степеням истинности термов-подусловий в условии правила  $c_A = \min\{0,92; 0,5\} = 0,5$ .

При формировании множеств  $C_{pq}$  из степеней истинности с разделением по классам и сочетаниям термов-подусловий точка с сочетанием термов  $ЦЛ_1$  и  $Л_2$  (индекс правила  $R_p$  с ним  $p = 4$ ) и класса 0 (индекс класса  $q = 1$ ) в обучающей выборке оказалась единственной, поэтому примем одноэлементное множество  $C_{41} = \{c_A\}$ .

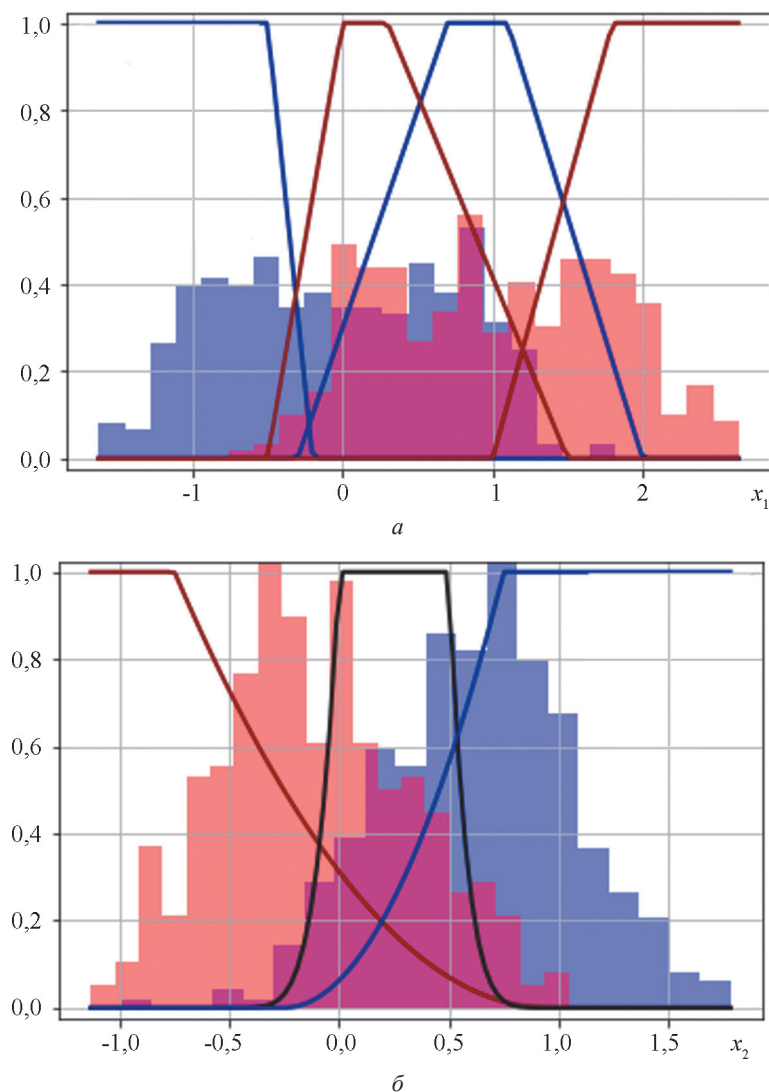


Рис. 2. Термы и ФП значений координат точек на основе гистограмм для  $x_1$  (а, — Термы  $L_1$  и  $ЦЛ_1$ ; — Термы  $П_1$  и  $ЦП_1$ ; — класс 0; — класс 1) и  $x_2$  (б, — Терм  $L_2$ ; — Терм  $Ц$ ; — Терм  $П_2$ ; — класс 0; — класс 1)

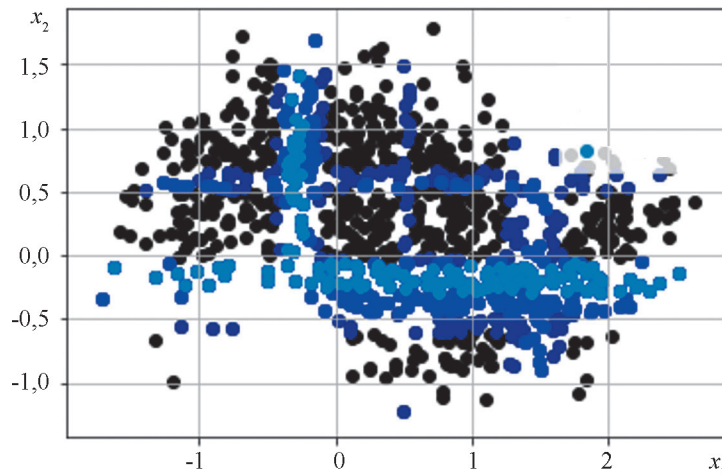


Рис. 3. Разделение признакового пространства с помощью ФП:

● —  $c_m \leq 1,0$ ; ● —  $c_m \leq 0,75$ ; ● —  $c_m \leq 0,50$ ; ● —  $c_m \leq 0,25$

В таблице 1 сведены результаты расчета некоторых статистик по всем множествам  $C_{pq}$ , собранным из обучающей выборки. Статистики рассчитаны и сохранены в следующем порядке: определение количества элементов множества  $C_{pq}$ , его максимальное, медианное и среднее арифметическое значения. По выделенным показателям первой статистики видно, что реляционная матрица может быть заполнена, уже исходя из них, причем с учетом относительной погрешности равенства максимумов статистик  $\delta = 10\%$ . Заполненная матрица  $R_{12 \times 2}$ , как итог обучения нечеткого классификатора при ФП с рис. 2, дана в табл. 2.

Рассмотрим процесс работы нечеткого классификатора, база правил которого задана реляционной матрицей  $R_{12 \times 2}$ . Для этого классифицируем точку  $B$  из тестовой выборки с координатами  $x_1 = 0,45$  и  $x_2 = -0,46$ . Она находится по соседству с точкой  $A$ , однако известно, что ее истинный класс 1.

Подставим координаты точки  $B$  в ФП с рис. 2:

• по  $x_1$ :  $\{\langle J_1 | 0 \rangle, \langle \text{ЦЛ}_1 | 0,88 \rangle, \langle \text{ЦП}_1 | 0,75 \rangle, \langle \text{П}_1 | 0 \rangle\}$ ;

• по  $x_2$ :  $\{\langle J_2 | 0,69 \rangle, \langle \text{Ц}_2 | 0 \rangle, \langle \text{П}_2 | 0 \rangle\}$ .

Согласно выделенным максимальным значениям ФП точка  $B$  так же, как и точка  $A$ , описывается нечетким правилом, у которого в роли подусловий термы  $\text{ЦЛ}_1$  и  $J_2$ , что закономерно из-за соседства точек.

Найдем в реляционной матрице  $R_{12 \times 2}$  строку, соответствующую правилу  $R_p$  с сочетанием этих термов (индекс правила  $p = 4$ ).

$$\begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & 0 & 1 \\ \text{ЦЛ}_1 & J_2 & [0 & 1] \end{array}$$

Ответом нечеткого классификатора для точки  $B$  станет класс 1, соответствующий максимальному элементу найденной строки. Ответ классификатора совпадает с исходным классом.

Таблица 1

### Результаты расчета статистик в процессе обучения нечеткого классификатора

| $R_p$      | Термы         |              | Значение статистик по классам |                       |
|------------|---------------|--------------|-------------------------------|-----------------------|
|            | $x_1$         | $x_2$        | 0                             | 1                     |
| $R_1$ :    | $J_1$         | $J_2$        | [9, 1, 0,44, 0,54]            | [1, 0,81, 0,81, 0,81] |
| $R_2$ :    | $J_1$         | $\text{Ц}_2$ | [65, 1, 1, 0,92]              | [4, 1, 0,51, 0,6]     |
| $R_3$ :    | $J_1$         | $\text{П}_2$ | [67, 1, 0,94, 0,85]           | [2, 1, 0,76, 0,76]    |
| $R_4$ :    | $\text{ЦЛ}_1$ | $J_2$        | [1, 0,5, 0,5, 0,5]            | [36, 1, 0,59, 0,63]   |
| $R_5$ :    | $\text{ЦЛ}_1$ | $\text{Ц}_2$ | [7, 1, 0,87, 0,87]            | [51, 1, 0,96, 0,88]   |
| $R_6$ :    | $\text{ЦЛ}_1$ | $\text{П}_2$ | [92, 1, 0,88, 0,84]           | [11, 1, 0,84, 0,824]  |
| $R_7$ :    | $\text{ЦП}_1$ | $J_2$        | [7, 0,68, 0,48, 0,49]         | [104, 1, 0,64, 0,69]  |
| $R_8$ :    | $\text{ЦП}_1$ | $\text{Ц}_2$ | [54, 1, 1, 0,91]              | [19, 1, 0,84, 0,78]   |
| $R_9$ :    | $\text{ЦП}_1$ | $\text{П}_2$ | [48, 1, 0,89, 0,88]           | [1, 0,61, 0,61, 0,61] |
| $R_{10}$ : | $\text{П}_1$  | $J_2$        | [0, 0, 0, 0]                  | [47, 1, 0,58, 0,58]   |
| $R_{11}$ : | $\text{П}_1$  | $\text{Ц}_2$ | [1, 0,57, 0,57, 0,57]         | [59, 1, 1, 0,909]     |
| $R_{12}$ : | $\text{П}_1$  | $\text{П}_2$ | [1, 0,73, 0,73, 0,73]         | [13, 1, 0,91, 0,89]   |

Таблица 2.

## Результаты обучения и проверки качества работы нечеткого классификатора

| Реляционная матрица $R_{12 \times 2}$ |       |   |   | Метрика качества      | Выборка   |          |
|---------------------------------------|-------|---|---|-----------------------|-----------|----------|
|                                       |       |   |   |                       | обучающая | тестовая |
| $x_1$                                 | $x_2$ | 0 | 1 | Доля верных ответов   | 0,92      | 0,91     |
| $L_1$                                 | $L_2$ | 1 | 0 |                       |           |          |
| $L_1$                                 | $C_2$ | 1 | 0 | Точность по классу 0  | 0,90      | 0,89     |
| $L_1$                                 | $P_2$ | 1 | 0 |                       |           |          |
| $ЦL_1$                                | $L_2$ | 0 | 1 | Точность по классу 1  | 0,95      | 0,93     |
| $ЦL_1$                                | $C_2$ | 0 | 1 |                       |           |          |
| $ЦL_1$                                | $P_2$ | 1 | 0 | Полнота по классу 0   | 0,95      | 0,93     |
| $ЦP_1$                                | $L_2$ | 0 | 1 |                       |           |          |
| $ЦP_1$                                | $C_2$ | 1 | 0 | Полнота по классу 1   | 0,89      | 0,89     |
| $ЦP_1$                                | $P_2$ | 1 | 0 |                       |           |          |
| $P_1$                                 | $L_2$ | 0 | 1 | $F$ -мера по классу 0 | 0,92      | 0,91     |
| $P_1$                                 | $C_2$ | 0 | 1 |                       |           |          |
| $P_1$                                 | $P_2$ | 0 | 1 | $F$ -мера по классу 1 | 0,92      | 0,91     |
| $P_1$                                 | $P_2$ | 1 | 0 |                       |           |          |

Точка  $A$  аналогично классифицируется как точка класса 1, однако в данном случае ответ будет неверным, поскольку из обучающей выборки она оказалась единственной в области точкой класса 0. Согласно значениям первой статистики для правила  $R_4$  в табл. 1 класс 0 не стал характерным, поскольку в область из обучающей выборки также попали 36 точек класса 1, того же, что и точка  $B$ , получившая характерный, но верный ответ.

Метрики качества работы нечеткого классификатора по всем точкам из обучающей и тестовой даны в табл. 2 [4, 6, 7].

Как и в методах машинного обучения, качество работы рассматриваемого нечеткого классификатора можно регулировать гиперпараметрами, и по значениям метрик из табл. 2 видно, что удалось подобрать термы и, главным образом, ФП, обеспечившие высокое качество классификации.

Кроме того, если сопоставить признаковое пространство координат с рис. 3, разбитое термами и ФП с рис. 2 на 12 областей, 12 строк реляционной матрицы  $R_{12 \times 2}$  из табл. 2 (т. е. правила из базы нечеткой модели) и общую картину распределения классов 0 и 1 с рис. 1, то можно удостовериться в существующем у них соот-

ветствии, что явным образом говорит о прозрачности и интерпретируемости модели.

В заключение следует отметить, что доступность задания самых разнообразных множеств термов и ФП предлагает богатые возможности в работе нечетких моделей, например, с данными сложной структуры или для привлечения других методов анализа и моделирования. Тем не менее, это также и высокая ответственность эксперта, требующая большого количества знаний из предметной области моделирования и работы с данными.

### Заключение

Представлен метод обучения нечеткого классификатора путем поиска и запоминания им наиболее характерного заключения (метки класса) к условию каждого из его синтезированных правил. Синтез нечетких правил выполнен, исходя из априорного экспертного описания данных. Приведен пример успешного решения задачи бинарной классификации нечетким классификатором, обученным предложенным методом. Проиллюстрированы важные свойства прозрачности и интерпретируемости полученной нечеткой модели.

### Литература

1. Пегат А. Нечеткое моделирование и управление. Серия «Адаптивные и интеллектуальные системы». М.: Бином. Лаборатория знаний, 2013.
2. Паттанаяк Сантану. Глубокое обучение и TensorFlow для профессионалов. Математический подход к построению систем искусственного интеллекта на Python. СПб.: Диалектика, 2019.
3. Ульянов С.В., Литвинцева Л.В., Добрынин В.Н., Мишин А.А. Интеллектуальное робастное управление: технологии мягких вычислений. М.: ВНИИГеосистем, 2011.

### References

1. Pegat A. Nечetkoe Modelirovanie i Upravlenie. Seriya «Adaptivnye i Intellektual'nye Sistemy». M.: Binom. Laboratoriya Znaniy, 2013. (in Russian).
2. Pattanayak Santanu. Glubokoe Obuchenie i Tensor Flow dlya Professionalov. Matematicheskii Podkhod k Postroeniyu Sistem Iskusstvennogo Intellekta na Python. SPb.: Dialektika, 2019. (in Russian).
3. Ul'yanov S.V., Litvintseva L.V., Dobrynin V.N., Mishin A.A. Intellektual'noe Robastnoe Upravlenie: Tekhnologii Myagkikh Vychisleniy. M.: VNIIGeosistem, 2011. (in Russian).

4. **Воронцов К.В.** Курс лекций «Теория обучения машин» [Электрон. ресурс] [www.machinelearning.ru/wiki/images/6/6d/Voron-ML-1.pdf](http://www.machinelearning.ru/wiki/images/6/6d/Voron-ML-1.pdf) (дата обращения 12.12.2019).
5. **Ын А., Су К.** Теоретический минимум по Big Data. Все, что нужно знать о больших данных. Серия: «Библиотека программиста». СПб.: Питер, 2019.
6. **Профессиональный** информационно-аналитический ресурс, посвященный машинному обучению, распознаванию образов и интеллектуальному анализу данных [Электрон. ресурс] [www.machinelearning.ru/](http://www.machinelearning.ru/) (дата обращения 12.12.2019).
7. **Метрики** качества моделей машинного обучения. Сайт библиотеки Scikit-learn (Sklearn) [Официальный сайт] [www.scikit-learn.org/0.20/modules/classes.html#module-sklearn.metrics](http://www.scikit-learn.org/0.20/modules/classes.html#module-sklearn.metrics) (дата обращения 12.12.2019).
8. **Анисимов Д.Н.** Нечеткие алгоритмы управления. М.: Изд-во МЭИ, 2004.
9. **Макаров И.М., Лохин В.М., Манько С.В., Романов М.П.** Искусственный интеллект и интеллектуальные системы управления. М.: Наука, 2006.
10. **Ghosh S., Biswas S., Sarkar D., Sarkar P.P.** A Novel Neuro-fuzzy Classification Technique for Data Mining // Egyptian Informatics J. 2014. V. 15. Iss. 3. Pp. 129—147.
11. **Погодаев А.К., Сараев П.В.** Идентификация нейро-нечетких моделей для данных больших объемов // Вестник Воронежского гос. техн. ун-та. 2015. Т. 11. № 4. С. 8—11.
12. **Soroush Mohammadzadeh, Yeeseok Kim, Jaehun Ahn.** PCA-Based Neuro-fuzzy Model for System Identification of Smart Structures // Smart Structures and Syst. 2015. V. 15. No. 4. Pp. 1139—1158.
13. **Gadoue Sh., Giaouris D., Finch J.W.** Genetic Algorithm Optimized PI and Fuzzy Sliding Mode Speed Control for DTC Drives // Proc. World Congress on Eng. 2007. V. I. Pp. 475—480.
14. **Velpula Nagi Reddy, A. Rama Swamy Reddy.** A Fuzzy-neural-Genetic Algorithm Approach for Gene Expression and Micro Array Analysis for Breast Cancer Identification // AMSE J. 2017. V. 60. No. 3. Pp. 551—565.
15. **Анисимов Д.Н., Новиков В.Н., Сафина Э.А.** Исследование влияния треугольных норм на динамику нечеткой системы автоматического управления // Вестник МЭИ. 2013. № 4. С. 186—192.
16. **Описание** функции генерации данных `make_moons`. Сайт библиотеки Scikit-learn (Sklearn) [Официальный сайт] [www.scikit-learn.org/0.21/modules/generated/sklearn.datasets.make\\_moons.html](http://www.scikit-learn.org/0.21/modules/generated/sklearn.datasets.make_moons.html) (дата обращения 12.12.2019).
17. **Azeem M., Usman M.** A Fuzzy Based Churn Prediction and Retention Model for Prepaid Customers in Telecom Industry // Intern. J. Computational Intelligence Syst. 2018. V. 11. Pp. 66—78.
18. **Колосов О.С., Анисимов Д.Н., Хрипков Д.В.** Формирование структуры и состава многоуровневых
4. **Vorontsov K.V.** Kurs Lektsiy «Teoriya Obucheniya Mashin» [Elektron. Resurs] [www.machinelearning.ru/wiki/images/6/6d/Voron-ML-1.pdf](http://www.machinelearning.ru/wiki/images/6/6d/Voron-ML-1.pdf) (Data Obrashcheniya 12.12.2019). (in Russian).
5. **Yn A., Su K.** Teoreticheskiy Minimum po Big Data. Vse, Chto Nuzhno Znat' o Bol'shikh Dannykh. Seriya: «Biblioteka Programmista». SPb.: Piter, 2019. (in Russian).
6. **Professional'nyy** Informatsionno-analiticheskiy Resurs, Posvyashchenny Mashinnomu Obucheniyu, Raspoznavaniyu Obrazov i Intellektual'nomu Analizu Dannykh [Elektron. Resurs] [www.machinelearning.ru/](http://www.machinelearning.ru/) (Data Obrashcheniya 12.12.2019). (in Russian).
7. **Metriki** Kachestva Modeley Mashinnogo Obucheniya. Sayt Biblioteki Scikit-learn (Sklearn) [Ofits. Sayt] [www.scikit-learn.org/0.20/modules/classes.html#module-sklearn.metrics](http://www.scikit-learn.org/0.20/modules/classes.html#module-sklearn.metrics) (Data Obrashcheniya 12.12.2019). (in Russian).
8. **Anisimov D.N.** Nechetkie Algoritmy Upravleniya. M.: Izd-vo MEI, 2004. (in Russian).
9. **Makarov I.M., Lokhin V.M., Man'ko S.V., Romanov M.P.** Iskusstvennyy Intellect i Intellektual'nye Sistemy Upravleniya. M.: Nauka, 2006. (in Russian).
10. **Ghosh S., Biswas S., Sarkar D., Sarkar P.P.** A Novel Neuro-fuzzy Classification Technique for Data Mining. Egyptian Informatics J. 2014;15;3:129—147.
11. **Pogodaev A.K., Saraev P.V.** Identifikatsiya Neyronechetkikh Modeley dlya Dannykh Bol'shikh Ob'emov. Vestnik Voronezhskogo Gos. Tekhn. Un-ta. 2015;11;4:8—11. (in Russian).
12. **Soroush Mohammadzadeh, Yeeseok Kim, Jaehun Ahn.** PCA-Based Neuro-fuzzy Model for System Identification of Smart Structures. Smart Structures and Syst. 2015;15;4:1139—1158.
13. **Gadoue Sh., Giaouris D., Finch J.W.** Genetic Algorithm Optimized PI and Fuzzy Sliding Mode Speed Control for DTC Drives. Proc. World Congress on Eng. 2007;I:475—480.
14. **Velpula Nagi Reddy, A. Rama Swamy Reddy.** A Fuzzy-neural-Genetic Algorithm Approach for Gene Expression and Micro Array Analysis for Breast Cancer Identification. AMSE J. 2017;60;3:551—565.
15. **Anisimov D.N., Novikov V.N., Safina E.A.** Issledovanie Vliyaniya Treugol'nykh Norm na Dinamiku Nechetkoy Sistemy Avtomaticheskogo Upravleniya. Vestnik MEI. 2013;4:86—192. (in Russian).
16. **Opisanie** Funktsii Generatsii Dannykh `make_moons`. Sayt Biblioteki Scikit-learn (Sklearn) [Ofits. Sayt] [www.scikit-learn.org/0.21/modules/generated/sklearn.datasets.make\\_moons.html](http://www.scikit-learn.org/0.21/modules/generated/sklearn.datasets.make_moons.html) (Data Obrashcheniya 12.12.2019).
17. **Azeem M., Usman M.** A Fuzzy Based Churn Prediction and Retention Model for Prepaid Customers in Telecom Industry. Intern. J. Computational Intelligence Syst. 2018;11:66—78.
18. **Kolosov O.S., Anisimov D.N., Khripkov D.V.** Formirovanie Struktury i Sostava Mnogourovnevnykh



нечетких диагностических систем с использованием стохастической модели // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т. 17. № 6. С. 375—383.

Nechetkikh Diagnosticheskikh Sistem s Ispol'zovaniem Stokhasticheskoy Modeli. Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie. 2016;17;6:375—383.

**Сведения об авторе:**

**Новиков Виктор Николаевич** — инженер кафедры управления и интеллектуальных технологий НИУ «МЭИ», e-mail: aximas17@yandex.ru

**Information about author:**

**Novikov Viktor N.** — Engineer of Control and Intelligent Technologies Dept., NRU MPEI, e-mail: aximas17@yandex.ru

**Статья поступила в редакцию:** 13.12.2019

**The article received to the editor:** 13.12.2019