## Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (05.13.18)

УДК 624.042:519.2 DOI: 10.24160/1993-6982-2019-6-124-130

### Реакция модели здания со снижением жесткости на длиннопериодные сейсмические воздействия

В.П. Радин, Е.В. Позняк, О.В. Новикова

Длиннопериодные землетрясения с доминирующими периодами порядка 2...5 с возникают в дальней зоне воздействия и обычно имеют небольшую интенсивность. Они могут стать причиной разрушительных последствий для конструкций, если, во-первых, частоты воздействия близки к низшим собственным частотам конструкций, и, во-вторых, воздействия достаточно продолжительные. Цель работы заключается в моделировании ситуации, когда сейсмические колебания малой интенсивности действуют на конструкцию продолжительное время с частотами, близкими к резонансным. Это приводит к длительному колебательному процессу с большими амплитудами. При этом возможно циклическое упругопластическое деформирование системы с накоплением повреждений, деградацией жесткости и снижением собственных частот. Если во время длиннопериодного землетрясения преобладающие частоты воздействия также снижаются, то происходит «подстройка» конструкции под резонанс, усугубляющая последствия сейсмического воздействия.

Впервые проанализирована динамическая реакция системы со снижением жесткости на длиннопериодное сейсмическое воздействие с уменьшением несущей частоты. В качестве воздействия принята акселерограмма землетрясения Тохоку, записанная в Токио 11 марта 2011 г. на станции ТКY017. Преобладающие частоты воздействия выбранной записи снижаются с 0,83 до 0,3 Гц. В ходе работы получены и проанализированы перемещения и их среднеквадратичные отклонения для систем с начальными собственными частотами 0,83; 1,0 и 0.5 Гц. Все вычисления, включая предварительную обработку сейсмического воздействия, реализацию алгоритма гистерезиса со снижением жесткости, интегрирование уравнений движения и анализ полученных результатов проведены в программном комплексе Matlab.

*Ключевые слова:* длиннопериодное сейсмическое воздействие, акселерограммы, динамический анализ, гистерезис со снижением жесткости.

Для цитирования: Радин В.П., Позняк Е.В., Новикова О.В. Реакция модели здания со снижением жесткости на длиннопериодные сейсмические воздействия // Вестник МЭИ. 2019. № 6. С. 124—130. DOI: 10.24160/1993-6982-2019-6-124-130.

# The Dynamic Response of a Building Model with Decreasing Stiffness during Long-Period Earthquakes

V.P. Radin, E.V. Poznyak, O.V. Novikova

Long-period earthquakes with dominant periods of about 2...5 s occur in the far zone and usually have low intensity. However, such earthquakes can cause devastating consequences for structures if, first, their vibration frequencies are close to the lowest natural frequencies of the structures, and, second, if they persist for a sufficiently long time.

The aim of this work is to simulate a situation in which low-intensity seismic vibration acts on a structure for a long time with close-to-resonant frequencies. It leads to a long-term oscillatory process with large amplitudes. Such conditions can give rise to cyclic elastic-plastic deformation

of the system with accumulation of damages, with degradation of stiffness and with decreasing of natural frequencies. If during a long-period earthquake the prevailing seismic load frequencies also decrease, the structure is "self-tuned" to resonance, a circumstance that aggravates the seismic load consequences.

The dynamic response of a system with time-dependent decreasing of stiffness for long-period seismic oscillations was analyzed for the first time. The Tohoku earthquake accelerogram recorded in Tokyo on March 11, 2011 at the TKY017 station was taken as the seismic load. The prevailing seismic load frequencies in the selected record decrease from 0.83 Hz to 0.3 Hz.

Displacements and their standard deviations for systems with the initial natural frequencies equal to 0.83 Hz, 1 Hz, and 0.5 Hz were obtained and analyzed. All calculations, including preprocessing of seismic load data, implementation of the hysteresis algorithm with decrease of stiffness, integration of the motion equations, and analysis of the obtained results were all accomplished in the Matlab software system environment.

Key words: long-period seismic load, accelerograms, dynamic analysis, hysteresis with decrease of stiffness.

*For citation:* Radin V.P., Poznyak E.V., Novikova O.V. The Dynamic Response of a Building Model with Decreasing Stiffness during Long-Period Earthquakes. Bulletin of MPEI. 2019;6:124—130. (in Russian). DOI: 10.24160/1993-6982-2019-6-124-130.

#### Введение

Длиннопериодные землетрясения с доминирующими периодами порядка 2...5 с и более (0,2...0,5 Гц) характерны для дальней зоны воздействия с расстоянием от эпицентра порядка сотен километров. Наиболее уязвимыми для таких воздействий считаются конструкции с соответствующим диапазоном низших собственных частот: высотные здания, телекоммуникационные вышки, большепролетные подвесные и вантовые мосты, сейсмоизолированные конструкции со сниженными собственными частотами [1].

Интенсивность длиннопериодных воздействий чаще всего невелика, однако их продолжительность может достигать нескольких минут. Возможна ситуация, когда сейсмические колебания малой интенсивности действуют продолжительное время с частотами, близкими к резонансным, и, как следствие, приводят к длительному колебательному процессу с большими амплитудами. Продолжительному колебательному процессу также способствует малое (порядка 1...5%) внутреннее демпфирование современных конструкций.

Длиннопериодные движения высотных зданий наблюдались многократно, примеры и описания последствий можно найти в [2, 3]. Наиболее интересным является сейсмическое движение грунта при землетрясении Тохоку 11 марта 2011 г., зафиксированное станцией ТКҮ017 в Токио с гипоцентральным расстоянием около 373 км. Во время него были зафиксированы продолжительные колебания высотных зданий в городских районах Токио с заметной амплитудой (в сети Интернет доступны видеозаписи раскачивающихся высотных зданий Токио 11 марта 2011 г.). Записи сейсмостанции ТКY017 японской сети Kyoshin Net (KNET) можно найти на сайте Center for Engineering Strong Motion Data CESMD. На рисунке 1 показана одна из записанных на ТКY017 акселерограмм a(t) горизонтального движения грунта длительностью 300 с и временем отсчета — 0,01 с. Анализ акселерограммы землетрясения показал, что нестационарность проявляется не только в изменении амплитуды сейсмических колебаний, но и в существенном изменении спектрального состава во времени: после прохождения максимума интенсивности преобладающие частоты заметно снижаются.

О снижении преобладающих частот сейсмического воздействия можно судить по оценкам спектральной плотности мощности выделенной из акселерограммы функции «псевдостационарного» процесса с единичной дисперсией  $\varphi(t)$  [4]. На рисунке 2 изображены сглаженные спектральные плотности процесса  $\varphi(t)$ , построенные с применением метода Уэлча и окнами Хэмминга для перекрывающихся временных участков длиной 150 с. Преобладающие частоты воздействия снижаются с 0,83 Гц в начале до 0,3 Гц в конце.

Длительные резонансные колебания ведут к накоплению повреждений, что уменьшает общую жесткость системы, и в результате снижаются собственные частоты конструкции. Таким образом, при длиннопериодных сейсмических воздействиях снижение частот воздействия и собственных частот конструкции может происходить одновременно, что автоматически означает длительное удержание системы в резонансном режиме.

Отметим, что в отечественных научных публикациях проблемы расчета на длиннопериодные сейсмиче-



Рис. 1. Акселерограмма землетрясения Тохоку, зафиксированная на станции ТКУ017



Рис. 2. Оценки спектральной плотности для различных временных интервалов акселерограммы:

*S*<sub>1</sub>, *S*<sub>2</sub>, *S*<sub>3</sub> — спектральные плотности на участках [0; 150], [75; 225], [150; 300] с

ские воздействия освещены крайне мало. Фактически пока можно упомянуть только работу [1] по оценке коэффициентов динамичности в области продолжительных периодов. За рубежом после сильных длиннопериодных воздействий, повлекших повреждения и разрушения зданий и сооружений, а также человеческие жертвы (землетрясение 19 сентября 1985 г. в г. Мичоакан, Мексика — Michoacan, Mexico earthquake, гипоцентральное расстояние около 400 км, М 8,0), появляются исследования, посвященные анализу изменений спектра конструкций и динамической реакции в режиме реального времени [3].

Рассмотрим некоторые особенности сейсмической реакции системы со снижением жесткости на длиннопериодное воздействие.

При интенсивных сейсмических воздействиях несущие элементы конструкций зданий и сооружений подвергаются циклическому упругопластическому деформированию. При этом, в зависимости от конструктивных особенностей, реализуется специфическая схема образования пластических шарниров. К настоящему времени накопился достаточно большой объем экспериментальных данных по работе типичных несущих элементов при циклических нагружениях. Практически все экспериментальные гистерезисные кривые (в пластических шарнирах металлических элементов, узлах крепления ж/б конструкций и т. д.), приведенные в [5 — 10], демонстрируют снижение жесткости и, как следствие, уменьшение низшей собственной частоты исследуемых конструкций.

Рассмотрим упрощенную расчетную схему здания в виде системы с одной степенью свободы (рис. 3). В качестве сейсмического воздействия примем акселерограмму, предложенную на рис. 1. Ригель *AB* массой *M* соединен стойками *CD* с колеблющимся с ускорением основанием (u(t) — перемещение ригеля относительно основания. При малых перемещениях общая жесткость неповрежденных стоек равна *c*. Линейную часть рассеяния энергии учтем с помощью коэффициента *b*.



Рис. 3. Схема здания

Уравнение движения относительно перемещений запишем в следующем виде:

$$\ddot{u} + 2\varepsilon\dot{u} + \omega_0^2 p(u) = -a(t), \qquad (1)$$

где  $\varepsilon = b/(2M)$  — коэффициент линейной модели рассеяния энергии;  $\omega_0 = \sqrt{c/M}$  — начальная собственная частота системы при малых колебаниях; p(u) — нелинейная функция перемещения u(t), такая, что в начальный момент времени, когда еще нет повреждений конструкции, выполняется равенство  $\omega_0^2 p(u) = \omega_0^2 u$ .

С помощью функции p(u) можно моделировать процессы гистерезиса в несущих элементах конструкции, явления снижения жесткости и т. д. [11, 12].

Проанализируем зависимость «обобщенная сила p – обобщенное перемещение u», представленную на рис. 4. При первоначальном нагружении элемента зависимость p(u) следует линейному закону с начальной «неповрежденной» жесткостью c. По достижении обобщенного перемещения значения  $u_{\rm T}$  она переходит на ниспадающую ветвь, соответствующую частичному разрушению несущего элемента. Данная ветвь может быть описана различными функциями, например:



Рис. 4. Гистерезис со снижением жесткости

$$p(u) = cu_{\mathrm{T}} \exp\left[-\mu\left(u - u_{\mathrm{T}}\right)\right],$$

где µ определяет крутизну ветви и, следовательно, степень разрушения элемента при  $u > u_{\rm T}$ . В частности, значение µ = 0 соответствует идеальной упругопластической работе элемента при нагружении. Разгрузка происходит по упругому закону с пониженным коэффициентом жесткости  $c_* = tg\alpha_*$ :

$$c_* = c \frac{u_{\mathrm{T}}}{u_*} \exp\left[-\mu \left(u_* - u_{\mathrm{T}}\right)\right],$$

зависящим от достигнутого перемещения  $u_*$ . Собственная частота системы после воздействия равна  $\omega_0 \sqrt{\text{tg}\alpha}$ , где  $\alpha$  — угол наклона последней прямой на зависимости p(u).

При интегрировании уравнения движения для реализации алгоритма описанного выше гистерезиса следует иметь значения перемещений u(t) не менее чем в трех предыдущих временных значениях. Поэтому в качестве метода интегрирования (1) принят экстраполяционный метод Адамса. Шаг интегрирования — постоянный в соответствии с дискретизацией входного процесса a(t). Вычисления проведены в интерактивной среде программирования Matlab. Алгоритм гистерезиса со снижением жесткости оформлен в виде файла-функции с реализацией следующим программным кодом:

function [p,c1,ut]=gist(u2,u1,u,c,uzw,mu)

```
if (u1-u2)*(u-u1)>=0
 if(u-u1) >= 0
   if abs(u)<uzw
    p=c*u;
   else
     p=c*uzw*exp(mu*uzw)*exp(-mu*abs(u));
   end
 else
   if abs(u)<uzw
     p=c*u;
   else
     p=-c*uzw*exp(mu*uzw)*exp(-mu*abs(u));
   end
 end
else
 if abs(u1)<uzw
   p=c*u;
```

```
else
if (u-u1)>0
p=-c*uzw*exp(mu*uzw)*exp(-mu*abs(u));
c=abs(p/u);
uzw=abs(u1);
else
p=c*uzw*exp(mu*uzw)*exp(-mu*abs(u));
c=abs(p/u);
uzw=abs(u1);
end
end
end
c1=c;
ut=uzw;
```

Для начальных значений жесткости и предельного перемещения при вычислениях принято c = 1 и u(t) = uzw = 0,1 м. Параметр гистерезиса  $\mu \equiv mu = 3$ , а коэффициент демпфирования —  $\varepsilon = 0,05$  с<sup>-1</sup>.

На рисунке 5 дан закон движения системы с начальной собственной частотой, равной начальной преобладающей частоте сейсмического воздействия a(t):  $f_0 = 0.83 \text{ c}^{-1}$ ;  $\omega_0 = 2\pi 0.83 \text{ c}^{-1}$ . Зависимость «горизонтальное усилие в стойках – перемещение ригеля p(u)» изображена на рис. 6. Она весьма наглядно иллюстрирует снижение жесткости несущих элементов конструкции (стоек) за счет образования и накопления повреждений.

К концу воздействия собственная частота системы снижается с 0,83 до 0,225 Гц, т. е. система фактически «следует» за сейсмическим воздействием, «подстраивая» свою собственную частоту под преобладающую частоту землетрясения. В результате примерно на 120 с, соответствующей пиковой интенсивности землетрясения (см. рис. 1), начинается вхождение системы в затяжной резонанс. Несмотря на то, что после 120 с сейсмические ускорения резко падают, резонансные биения фактически продолжаются до конца воздействия и закачиваются интенсивными свободными колебаниями.

Динамическая реакция системы с собственной частотой  $f_0 = 1$  Гц, несколько превышающей начальную частоту воздействия 0,83 Гц, также сопровождается интенсивными резонансными колебаниями, начинающимися после прохождения пикового ускорения (рис. 7), хотя и несколько меньшими по амплитуде, чем в первом случае. В процессе колебаний собственная частота системы снижается с 1 до 0,47 Гц, также попадая в диапазон преобладающих частот воздействия.



Рис. 5. Перемещения системы со снижением жесткости, начальная собственная частота  $f_0 = 0.83$  Гц

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ



Рис. 6. Диаграмма «обобщенная сила – обобщенное перемещение» для системы со снижением жесткости,  $f_0 = 0.83$  Гц

Закон движения системы с начальной собственной частотой  $f_0 = 0.5$  Гц показан на рис. 8. Также как и в двух первых случаях, увеличение амплитуды колебаний начинается примерно на 120 с воздействия, когда ускорение достигает максимального значения, а преобладающие частоты сейсмического процесса снижаются. Поскольку система уже имеет собственную частоту, близкую к частотам воздействия, резонансный режим продолжается до конца воздействия, переходя в длительные свободные колебания. Амплитуды перемещений на рис. 8 превосходят амплитуды перемещений системы с начальной собственной частотой  $f_0 = 1$  Гц (см. рис. 7). Собственная частота системы снижается с 0,5 до 0,297 Гц к концу воздействия. Параметры динамической реакции (максимальное перемещение  $u_{\max}$ , среднеквадратичное отклонение σ, начальная и конечная собственные частоты  $f_0$  и  $f_{end}$ ) для трех рассмотренных случаев предложены в таблице. Результаты показывают, что

Параметры динамической реакции систем со снижением жесткости

| Параметры                   |       |            |                   |
|-----------------------------|-------|------------|-------------------|
| <i>и</i> <sub>тах</sub> , м | σ, м  | $f_0$ , Гц | $f_{_{end}}$ , Гц |
| 0,466                       | 0,131 | 0,83       | 0,225             |
| 0,275                       | 0,070 | 1,00       | 0,470             |
| 0,427                       | 0,116 | 0,50       | 0,297             |

наихудшим вариантом является первый случай с изменением собственных частот, наиболее близко повторяющих снижение частот воздействия.

#### Заключение

Несмотря на малую интенсивность, длиннопериодные сейсмические колебания могут стать причиной разрушительных последствий для зданий и сооружений, если, во-первых, частоты воздействия близки к низшим собственным частотам конструкций, и, вовторых, воздействия достаточно продолжительные.

Во время длиннопериодного землетрясения могут снижаться преобладающие частоты воздействия. Если этот процесс сопровождается резонансными явлениями в конструкции, то вполне возможно одновременное снижение собственных частот конструкции во времени за счет процесса накопления повреждений. Происходит специфическая «подстройка» конструкции под резонанс, усугубляющая последствия сейсмического воздействия.

Таким образом, возникает вопрос о необходимости расчетов на длиннопериодные сейсмические воздействия.

В публикациях, посвященных моделированию процесса нелинейного сейсмического деформирования



Рис. 8. Перемещения системы со снижением жесткости,  $f_0 = 0,5$  Гц

Вестник МЭИ. № 6. 2019

конструкций во временной области, обычно не учитывают снижение жесткости системы при циклическом нагружении. Очевидно, что это происходит в силу сложности как постановки задачи (она должна опираться на экспериментальные данные по определению параметров диаграммы нелинейного деформирования), так и реализации решения в программных комплексах. Однако сложных расчетов на длиннопериодные землетрясения можно избежать, если еще на этапе проектирования предусмотреть отстройку системы от возможного резонанса, учитывая эволюционные особенности как спектра воздействия, так и собственного спектра конструкции. Эволюционный спектральный

#### Литература

1. **Nazarov, Y., Travush V.** Длиннопериодные сейсмические воздействия и их влияние на прочность конструкций высотных зданий // Intern. J. Computational Civil and Structural Eng. 2018. No. 14. Pp. 14—26.

2. Lee W.H.K., Kanamori H., Jennings P., Kisslinger C. International Handbook of Earthquake and Engineering Seismology. Pt. B. N.-Y., London: Academic Press, 2003.

3. Çelebi M., Kashima T., Ghahari S. F., Abazarsa F., Taciroglu E. Responses of a Tall Building with US Code-type Instrumentation in Tokyo, Japan — to Events Before, During and After the Tohoku Earthquake of March 11, 2011 // Earthquake Spectra. 2011. V. 32. Iss. 1. Pp. 497—522.

4. **Позняк Е.В., Радин В.П., Новикова О.В.** Частотно-временной анализ акселерограмм природных землетрясений // Вестник МЭИ. 2019. № 5. С. 135—141.

5. Campian C., Nagy Z., Pop M. Behavior of Fully Encased Steel-Concrete Composite Columns Subjected to Monotonic and Cyclic Loading // Proc. Intern. Sci. Conf. Urban Civil Eng. and Municipal Facilities. 2015. V. 117. Pp. 444—456.

6. **Pimanmas A., Chaimahawan P.** Cyclic Shear Resistance of Expanded Beam-Column Joint // Proc. Twelfth East Asia-Pacific Conf. Structural Eng. and Construction. 2011. V. 14. Pp. 1292—1299.

7. Bharti R., Chidambaram R.S., Kwatra N. Influence of Fiber Reinforced Concrete on Plastic Behavior on Exterior Beam Column Joint under Cyclic Loading // Proc. XI Intern. Symp. Plasticity and Impact Mechanics. 2017. V. 173. Pp. 1122—1129.

8. Nagel S., Knodel P., Ummenhofer T. Testing of Ultra-low Cycle Fatique at Complex Loading Scenarios // Procedia Structural Integrity. 2017. V. 5. Pp. 1377—1384.

9. Combescure C., Dumontet H., Voldoire F. Homogenised Constitutive Model Coupling Damage and Debonding for Reinforced Concrete Structures Under Cyclic Solicitations // Intern. J. Solids and Structures. 2013. V. 50. Pp. 3861—3874.

10. Zhoudao L.U., Lei S.U., Jiangtao Y.U. Experimental Study on the Seismic Behaviour of Strengthened Concrete Column-beam Joints by Simulated Earthquake // Procedia Eng. 2011. V. 14. Pp. 1871—1878.

анализ должен базироваться на записях сценарных акселерограмм, типичных для площадки строительства (по возможности желательно использовать природные акселерограммы прошлых землетрясений). При определении собственного спектра конструкции при длительном циклическом воздействии следует предусмотреть возможное снижение жесткости и собственных частот. Если спектр воздействия и собственный спектр конструкции совпадают или пересекаются, следует заранее отстроить систему от резонанса, понимая, что оба спектра могут меняться во времени. При надежной отстройке системы от резонанса сложный нелинейный расчет во временной области теряет смысл.

#### References

1. Nazarov, Y., Travush V. Dlinnoperiodnye Seysmicheskie Vozdeystviya i Ikh Vliyanie na Prochnost' Konstruktsiy Vysotnykh Zdaniy. Intern. J. Computational Civil and Structural Eng. 2018;14:14—26. (in Russian).

2. Lee W.H.K., Kanamori H., Jennings P., Kisslinger C. International Handbook of Earthquake and Engineering Seismology. Pt. B. N.-Y., London: Academic Press, 2003.

3. Çelebi M., Kashima T., Ghahari S. F., Abazarsa F., Taciroglu E. Responses of a Tall Building with US Co-de-type Instrumentation in Tokyo, Japan — to Events Before, During and After the Tohoku Earthquake of March 11, 2011. Earthquake Spectra. 2011;32;1:497—522.

4. **Poznyak E.V., Radin V.P., Novikova O.V.** Chastotno-vremennoy Analiz Akselerogramm Prirodnykh Zemletryaseniy. Vestnik MEI. 2019;5:135—141. (in Russian).

5. Campian C., Nagy Z., Pop M. Behavior of Fully Encased Steel-Concrete Composite Columns Subjected to Monotonic and Cyclic Loading. Proc. Intern. Sci. Conf. Urban Civil Eng. and Municipal Facilities. 2015;117: 444—456.

6. **Pimanmas A., Chaimahawan P.** Cyclic Shear Resistance of Expanded Beam-Column Joint. Proc. Twelfth East Asia-Pacific Conf. Structural Eng. and Construction. 2011;14:1292—1299.

7. Bharti R., Chidambaram R.S., Kwatra N. Influence of Fiber Reinforced Concrete on Plastic Behavior on Exterior Beam Column Joint under Cyclic Loading. Proc. XI Intern. Symp. Plasticity and Impact Mechanics. 2017;173:1122—1129.

8. Nagel S., Knodel P., Ummenhofer T. Testing of Ultra-low Cycle Fatique at Complex Loading Scenarios. Procedia Structural Integrity. 2017;5:1377—1384.

9. Combescure C., Dumontet H., Voldoire F. Homogenised Constitutive Model Coupling Damage and Debonding for Reinforced Concrete Structures Under Cyclic Solicitations. Intern. J. Solids and Structures. 2013; 50:3861—3874.

10. Zhoudao L.U., Lei S.U., Jiangtao Y.U. Experimental Study on the Seismic Behaviour of Strengthened Concrete Column-beam Joints by Simulated Earthquake. Procedia Eng. 2011;14:1871—1878.

11. Болотин В.В., Чирков В.П. Радин В.П., Трифонов О.В. Исследование упругопластического деформирования многоэтажного каркасного здания при интенсивных сейсмических воздействиях // Известия вузов. Серия «Строительство». 2001. № 5. С. 11—17.

12. Болотин В.В., Радин В.П., Чирков В.П. Исследование поведения зданий и сооружений со снижением жесткости при сейсмических воздействиях. Известия высших учебных заведений. Серия «Строительство». 2003. № 7 (535). С. 6—10. 11. Bolotin V.V., Chirkov V.P. Radin V.P., Trifonov O.V. Issledovanie Uprugoplasticheskogo Deformirovaniya Mnogoetazhnogo Karkasnogo Zdaniya pri Intensivnykh Seysmicheskikh Vozdeystviyakh. Izvestiya Vuzov. Seriya «Stroitel'stvo». 2001;5: 1—17. (in Russian).

12. **Bolotin V.V., Radin V.P., Chirkov V.P.** Issledovanie Povedeniya Zdaniy i Sooruzheniy so Snizheniem Zhestkosti pri Seysmicheskikh Vozdeystviyakh. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Seriya «Stroitel'stvo». 2003;7 (535):6—10. (in Russian).

#### Сведения об авторах:

**Радин Владимир Павлович** — кандидат технических наук, профессор кафедры робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин НИУ «МЭИ», e-mail: RadinVP@mpei.ru

**Позняк Елена Викторовна** — кандидат технических наук, доцент кафедры робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин НИУ «МЭИ», e-mail: PozniakYV@mpei.ru

Новикова Ольга Валерьевна — кандидат технических наук, доцент кафедры робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин НИУ «МЭИ», e-mail: NovikovaOV@mpei.ru

#### Information about author:

Radin Vladimir P. — Ph.D. (Techn.), Professor of Robotics, Mechatronics and Machines Dynamics and Strength Dept., NRU MPEI, e-mail: RadinVP@mpei.ru

**Poznyak Elena V.** — Ph.D. (Techn.), Assistant Professor of Robotics, Mechatronics and Machines Dynamics and Strength Dept., NRU MPEI, e-mail: PozniakYV@mpei.ru

Novikova Olga V. — Ph.D. (Techn.), Assistant Professor of Robotics, Mechatronics and Machines Dynamics and Strength Dept., NRU MPEI, e-mail: NovikovaOV@mpei.ru

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов Conflict of interests: the authors declare no conflict of interest

Статья поступила в редакцию: 28.03.2019 The article received to the editor: 28.03.2019