

УДК 621.318.1; 537.611.4

DOI: 10.24160/1993-6982-2017-3-87-91

## Компенсация неизохронности в резонаторе с нелинейным сопротивлением потерь

П.А. Стремоухов, А.Р. Сафин, А.Б. Устинов, Н.Н. Удалов

Теория и техника радиопередающих сверхвысокочастотных устройств (СВЧ-устройств), а также различных устройств фотоники, магноники и плазмоники за последние годы претерпели заметные изменения в связи со стремительной миниатюризацией электронных компонент и появлением новой элементной базы. Примерами являются различные СВЧ-устройства на основе тонких магнитных пленок, в которых распространяются магнитостатические спиновые волны. Также в области СВЧ-электроники имеется ряд фундаментальных физических проблем. Чрезвычайно актуален вопрос управления частотой возбуждаемых колебаний с помощью специальных механизмов. Базовым механизмом для управления частотой колебаний, присущим многим нелинейным резонаторам, является неизохронность как свойство колебательной системы менять собственную частоту при изменении амплитуды внешнего воздействия. Несмотря на несомненное положительное свойство — возможность управления частотой, у неизохронности имеется и существенный недостаток — мультистабильность, которая ведет к скачкам между стационарными режимами колебаний. Поэтому задача компенсации и управления неизохронностью является важной для нелинейных фильтров и автогенераторов различной физической природы. В настоящей работе исследована возможность ограничения неизохронности в колебательной системе с нелинейным сопротивлением потерь под периодическим внешним воздействием. Подобная задача в теории колебаний и ее приложениях, несмотря на широкий интерес к нелинейным колебательным системам, ранее не рассматривалась.

*Ключевые слова:* неизохронность, теория колебаний, колебательная система, резонансная кривая.

*Для цитирования:* Стремоухов П.А., Сафин А.Р., Устинов А.Б., Удалов Н.Н. Компенсация неизохронности в резонаторе с нелинейным сопротивлением потерь // Вестник МЭИ. 2017. № 3. С. 87—91. DOI: 10.24160/1993-6982-2017-3-87-91.

## Compensating for Nonisochronism in an Oscillator with Nonlinear Damping Resistance

P.A. Stremoukhov, A.R. Safin, A.B. Ustinov, N.N. Udalov

In recent years, the theory and engineering of very high-frequency (VHF) radio-transmitting devices, as well as different devices of photonics, magnonics and plazmonics have underwent noticeable changes in connection with very rapid miniaturization and advent of new electronic components. Various VHF devices made on the basis of thin magnetic films in which magnetostatic spin waves propagate are examples of such novelties. Nonetheless, a number of fundamental physical problems still remain to be solved in the field of VHF electronics. The problem of controlling the frequency of excited oscillations by means of special mechanisms is an extremely topical issue. Nonisochronism as property of an oscillating system to change its natural frequency as a function of the external disturbance amplitude is the basic oscillation frequency control mechanism inherent in many non-linear resonators. Despite the possibility to control the frequency, which is an undoubtedly positive feature, nonisochronism also has an essential shortcoming, namely, multistability, which gives rise to saltus between stationary oscillating modes. Therefore, the problem of compensating and controlling nonisochronism is important for nonlinear filters and self-oscillators of different physical nature. The possibility of limiting nonisochronism in an oscillating system with nonlinear damping resistance under the effect of a periodic external disturbance is investigated. Despite a wide interest in nonlinear oscillating systems, such task was not considered earlier in the theory of oscillations and its applications.

*Key words:* onisochronism, theory of oscillations, oscillating system, resonance curve.

*For citation:* Stremoukhov P.A., Safin A.R., Ustinov A.B., Udalov N.N. Compensating for Nonisochronism in an Oscillator with Nonlinear Damping Resistance. MPEI Vestnik. 2017; 3:87—91. (in Russian). DOI: 10.24160/1993-6982-2017-3-87-91.

## Введение

Теория и техника радиопередающих устройств СВЧ, а также различных устройств фотоники, магнетики и плазмоники за последние годы претерпели заметные изменения в связи со стремительной миниатюризацией электронных компонент и появлением новой элементной базы [1—3]. Примерами являются различные СВЧ-устройства на основе тонких магнитных пленок, в которых распространяются магнитостатические спиновые волны [2, 3]. Несмотря на значительный прогресс, в области СВЧ-электроники имеется ряд фундаментальных физических проблем. Чрезвычайно актуальна проблема управления частотой возбуждаемых колебаний с помощью специальных механизмов. Так, в [4] для управления частотой колебаний намагниченности в магнитных пленках использовался механизм нелинейного затухания.

Базовым механизмом для управления частотой колебаний, присущим многим нелинейным резонаторам, считается неизохронность как свойство колебательной системы менять собственную частоту при изменении амплитуды внешнего воздействия. Несмотря на несомненное положительное свойство управления частотой, у неизохронности имеется и недостаток — существование мультистабильности, которая ведет к скачкам между стационарными режимами колебаний. Поэтому задача компенсации и управления неизохронностью является важной для нелинейных фильтров и автогенераторов различной физической природы.

Исследована возможность ограничения неизохронности в колебательной системе с нелинейным сопротивлением потерь под периодическим внешним воздействием. Такая задача в теории колебаний и ее приложениях, несмотря на широкий интерес к нелинейным колебательным системам, ранее не рассматривалась [5—7].

## Математическая модель и стационарные режимы

Исследуемая колебательная система представляла собой резонансный колебательный контур, изображенный на рис. 1. Схема состоит из LC-контур, варикапа  $DV$  (нелинейное реактивное сопротивление — элемент неизохронности), линейного сопротивления потерь

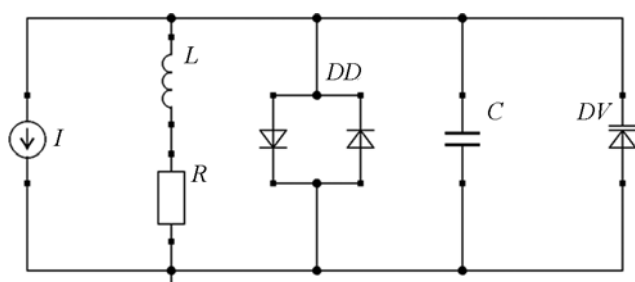


Рис. 1. Эквивалентная схема неизохронного резонатора с нелинейным сопротивлением потерь

$R$ , нелинейного активного сопротивления потерь  $DD$  (элемент компенсации неизохронности в виде двух встречно включенных полупроводниковых диодов). Вольт-кулоновую характеристику (ВКХ) варикапа примем в виде

$$q_v(u_n) = q_0 \left( 1 + \frac{u_n}{E_k} \right)^\gamma, \quad (1)$$

где  $u_n$  — обратное напряжение на переходе;  $q_0 = \text{const}$  — постоянное значение заряда на варикапе при нулевом напряжении  $u_n$ ;  $E_k$  — контактная разность потенциалов,  $\gamma = 0,5$ . В качестве элемента компенсации неизохронности выберем два встречно включенных диода, вольт-амперную характеристику (ВАХ) которых аппроксимируем кубической параболой вида

$$i_d(u) = \alpha u^3, \quad (2)$$

где  $\alpha$  — некоторая константа, определяемая экспериментально.

Используя (1), (2) и законы Кирхгофа, запишем следующее символическое уравнение, описывающее колебания напряжения  $u(t)$  в схеме

$$\left( \frac{p^2}{\omega_0^2} + \delta \frac{p}{\omega_0} + 1 \right) u(t) + \delta R \left( \frac{p}{\omega_0} + \delta \right) \times \\ \times (I_e \cos \omega_e t + p q_v(u(t)) + i_d(u(t))) = 0, \quad (3)$$

где  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$  — резонансная частота контура;  $\delta = \rho/R$  — затухание системы,  $\rho = \sqrt{L/C}$ ;  $I_e$  — характеристическое сопротивление контура;  $I_e, \omega_e$  — амплитуда и частота внешнего воздействия;  $p \equiv d/dt$  — оператор дифференцирования. В рамках метода комплексных амплитуд  $u(t) = \text{Re}(\dot{U}e^{j\omega_e t})$ , где  $\dot{U}(t) = U(t)e^{j\varphi(t)}$  — комплексная амплитуда.

Введем в качестве амплитуды  $U_n$ , к которой далее будем проводить нормировку амплитуд всех колебательных напряжений, такое значение  $U$ , при котором нормированная расстройка, вызванная нелинейной емкостью, равна единице. Введем следующие замены:  $\dot{V} = \dot{U}/U_n$ ,  $\dot{V}_e = \dot{U}_e/U_n$ . Поскольку исследуемая модель является узкополосной и затухание достаточно мало, можно применить метод медленно меняющихся амплитуд [6, 7]. В рамках этого метода было получено укороченное уравнение данной системы для случая  $\gamma = -0,5$  в виде

$$(Tp + 1 + \alpha V^2 + j\xi + jV^2)\dot{V} = V_e, \quad (4)$$

где  $T = 2/\omega_0\delta$ ,  $\xi = (\omega_e - \omega_0)/\omega_0$  — относительная частотная расстройка;  $V^2 = |\dot{V}^2|$  и  $V_e = I_e R/U_n$ .

Исходя из (4), было найдено уравнение для стационарных амплитуд  $V_0$ , которое имеет вид

$$\left[ (1 + \alpha V_0^2)^2 + (\xi + V_0^2)^2 \right] V_0^2 = V_e^2. \quad (5)$$

Для построения резонансных кривых использовалось решение уравнения (5) относительно переменной  $\xi$ :

$$\xi_{1,2} = -V_0^2 \pm \sqrt{\left(\frac{V_e^0}{V_0}\right)^2 - (1 + \alpha V_0^2)^2}. \quad (6)$$

На рис. 1, *а* линиями изображены семейства резонансных кривых, построенные по (6), для случая с сильной неизохронностью. Они представляют собой наклоненные резонансные кривые, которые демонстрируют бистабильность. Семейства резонансных кривых с компенсацией неизохронности изображены на рис. 1, *б*. Из графиков рис. 1 следует, что для случая компенсации неизохронности нелинейный сдвиг частоты практически отсутствует.

Анализ устойчивости системы и ее динамики был проведен методом фазовой плоскости. Для этого  $\dot{V}$  представили в виде  $\dot{V} = V_{\parallel} + jV_{\perp}$  и, пользуясь уравнением (4), получили следующую систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} \text{Tr}V_{\parallel} = -V_{\parallel}(1 + \alpha V^2) + V_{\perp}(\xi + V^2) + V_e; \\ \text{Tr}V_{\perp} = -V_{\perp}(1 + \alpha V^2) - V_{\parallel}(\xi + V^2). \end{cases} \quad (7)$$

На рис. 2 представлены фазовые портреты исследуемой колебательной системы, а также указаны особые точки. Из анализа фазовой траектории на рис. 2, *а* следует, что в зависимости от начальных условий система может попасть либо в точку 1, либо в точку 3 (которые соответствуют устойчивым фокусам). В точку 1 система попадет в том случае, если в начальный момент времени изображающая точка лежит правее сепаратрисы, входящей в седло 2. В противном случае система попадет в точку 3. Такая картина наблюдается и при малых значениях параметра  $\alpha$ , что соответствует неоднозначности резонансных кривых на рис. 1. В случае же, если  $\alpha$  превышает некоторое критическое значение  $\alpha_{\text{кр}}$ , то наступает бифуркация слияния седловой точки 2 и устойчивого фокуса 1. При этом на фазовом портрете остается один устойчивый фокус 3, который соответствует ненаклонным резонансным кривым, характерным для режима компенсации неизохронности.

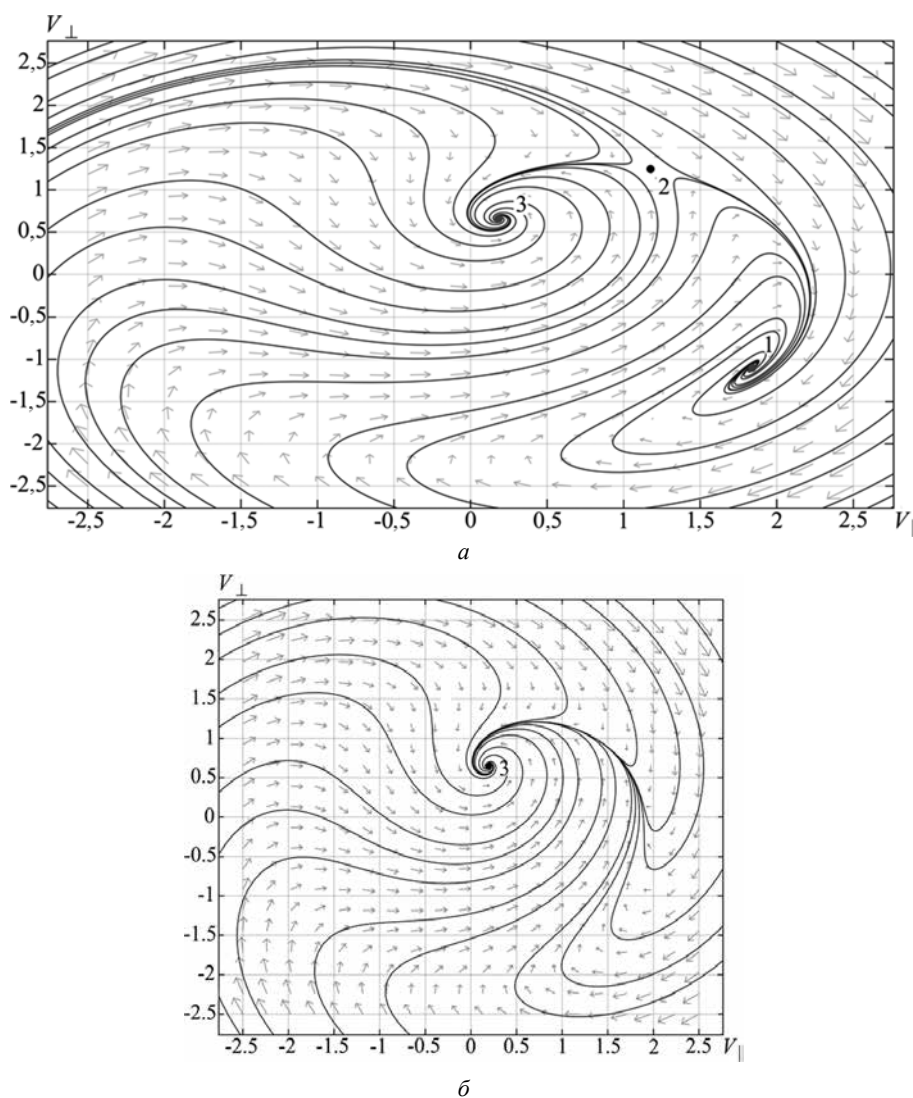


Рис. 2. Фазовые портреты резонатора с неизохронностью (*а*) и с компенсацией неизохронности (*б*)

В результате проведенного анализа устойчивости было установлено, что область устойчивости существует только при  $\alpha > 0$ , причем минимальное значение  $\alpha$ , определяющее границу области устойчивости, составляет

$$\alpha_{\text{кр}} = \frac{4\xi}{1+3\xi^2} + \sqrt{3} \frac{\sqrt{5\xi^2-1}}{1+3\xi^2}. \quad (8)$$

Используя полученную зависимость, можно, подбирая расстройку по частоте  $\xi$  при заданном затухании  $\alpha$ , добиться полной компенсации мультистабильности.

### Экспериментальное исследование схемы с компенсацией неизохронности

Для обоснования полученных теоретических результатов были проведены экспериментальные исследования. Экспериментальная схема нелинейного колебательного контура была сконструирована в соответствии с рассмотренной теоретической моделью, показанной на рис. 3. Линейные элементы схемы: конденсатор с емкостью  $C = 8$  пФ, индуктивность  $L = 10$  мкГн и резистор с сопротивлением  $R = 11$  кОм. В качестве нелинейных элементов использовались варикап КВ119А и диоды КА120А.

Измерения проводили с помощью анализатора спектра и осциллографа. Возбуждение колебаний осуществлялось генератором сигналов. На варикап подавалось обратное смещение. Диапазон частот, в котором производились измерения, составлял от 3 до 6 МГц. Резонансная частота колебательного контура при напряжении смещения на варикапе 6 В была равна 5 МГц.

В результате экспериментального исследования было получено семейство резонансных кривых неизохронного колебательного контура и колебательного контура с компенсацией неизохронности. Измеренные

зависимости показаны символами на рис. 1. Параметры встречно-включенных диодов подбирались экспериментально, а реактивные составляющие диодов в эксперименте не учитывались. При специальном подборе параметров встречно-включенных диодов удалось практически полностью скомпенсировать неизохронность системы. Таким образом, экспериментальные результаты подтверждают теоретические расчеты.

### Заключение

Полученные результаты показывают, что неизохронность колебательных систем можно скомпенсировать, добавляя в нее нелинейный резистивный элемент. Обнаруженный эффект можно использовать для стабилизации частоты колебаний резонаторов.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ для поддержки молодых российских ученых кандидатов наук (№ МК-7026.2016.8) и государственного задания Министерства образования и науки РФ.

### Литература

1. **Городецкий М.Л.** Оптические микрорезонаторы с гигантской добротностью. М.: Физматлит, 2011.
2. **Калиникос Б.А., Устинов А.Б., Баруздин С.А.** Спин-волновые устройства и эхо-процессоры. М.: Радиотехника, 2013.
3. **Никитов С.А. и др.** Магноники — новое направление спинтроники и спин-волновой электроники // УФН. 2015. Т. 185. № 10. С. 1099—1128.
4. **Сафин А.Р., Устинов А.Б.** Исследование колебаний намагниченности в ферромагнитных пленках в условиях нелинейного сдвига частоты и нелинейного затухания // Фундаментальные исследования. 2014. Т. 3. № 126. С. 509—513.

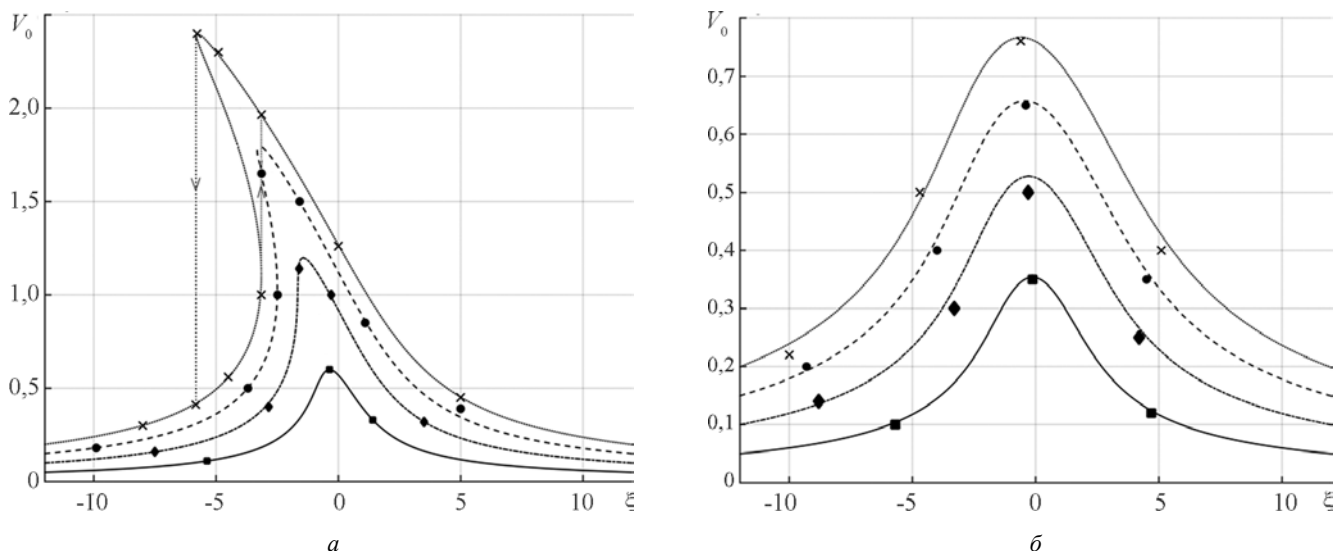


Рис. 3. Семейства резонансных кривых при различных амплитудах внешнего воздействия для резонатора с неизохронностью (а) и ее компенсацией (б). Символами обозначены результаты эксперимента, кривыми линиями — результаты теоретического моделирования

5. **Кулешов В.Н., Перфильев А.А.** Динамика нелинейных резонансных узлов устройств формирования сигналов. М.: Изд. дом МЭИ, 2007.

6. **Капранов М.В., Кулешов В.Н., Уткин Г.М.** Теория колебаний в радиотехнике. М.: Наука, 1984.

7. **Кузнецов А.П., Кузнецов С.П., Рыскин Н.М.** Нелинейные колебания. М.: Физматлит, 2005.

## References

1. **Gorodetskiy M.L.** Opticheskie Mikrorezonatory s Gigantskoy Dobrotnost'yu. M.: Fizmatlit, 2011. (in Russian).

2. **Kalinikos B.A., Ustinov A.B., Baruzdin S.A.** Spinvolnovye Ustroystva i Ekho-protsessory. M.: Radiotekhnika, 2013. (in Russian).

3. **Nikitov S.A. i dr.** Magnonika — novoe Napravlenie Spintroniki i Spin-volnovoy Elektroniki. UFN. 2015;185; 10:1099—1128. (in Russian).

4. **Safin A.R., Ustinov A.B.** Issledovanie kolebaniy Namagnichennosti v Ferromagnitnykh Plenkakh v Usloviyakh Nelineynogo Sdviga Chastoty i Nelineynogo Zatukhaniya. Fundamental'nye Issledovaniya. 2014;3;126:509—513. (in Russian).

5. **Kuleshov V.N., Perfil'ev A.A.** Dinamika Nelineynykh Rezonansnykh Uzlov Ustroystv Formirovaniya Signalov. M.: Izd. Dom MPEI, 2007. (in Russian).

6. **Kapranov M.V., Kuleshov V.N., Utkin G.M.** Teoriya Kolebaniy v Radiotekhnike. M.: Nauka, 1984. (in Russian).

7. **Kuznetsov A.P., Kuznetsov S.P., Ryskin N.M.** Nelineynye Kolebaniya. M.: Fizmatlit, 2005. (in Russian).

## Сведения об авторах

**Стремоухов Павел Андреевич** — студент кафедры формирования и обработки радиосигналов НИУ «МЭИ», e-mail: 1opavel1@mail.ru

**Сафин Ансар Ризаевич** — кандидат технических наук, доцент кафедры формирования и обработки радиосигналов НИУ «МЭИ», e-mail: arsafin@gmail.com

**Устинов Алексей Борисович** — доктор физико-математических наук, доцент кафедры физической электроники и технологии, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ», e-mail: ustinov-rus@mail.ru

**Удалов Николай Николаевич** — доктор технических наук, профессор кафедры формирования и обработки радиосигналов НИУ «МЭИ», e-mail: udalovnn@rambler.ru

## Information about authors

**Stremoukhov Pavel A.** — Student of Formation and Processing of Radio Signals Dept., NRU MPEI, e-mail: 1opavel1@mail.ru

**Safin Ansar R.** — Ph.D. (Techn.), Assistant Professor of Formation and Processing of Radio Signals Dept., NRU MPEI, e-mail: arsafin@gmail.com

**Ustinov Aleksey B.** — Dr. Sci. (Phys.-Math.), Assistant Professor of Physical Electronics and Technology Dept., Saint Petersburg Electrotechnical University «LETI», e-mail: ustinov-rus@mail.ru

**Udalov Nikolay N.** — Dr.Sci. (Techn.), Professor of Formation and Processing of Radio Signals Dept., NRU MPEI, e-mail: udalovnn@rambler.ru

*Статья поступила в редакцию 30.11.2016*